

电磁相对论

冯天岳◎编著

武汉出版社

(鄂)新登字 08 号

图书在版编目(CIP)数据

电磁相对论 / 冯天岳编著. —武汉 : 武汉出版社,

2010.4

ISBN 978-7-5430-4894-2

I ①电… II. ①冯… III. ①电磁场—相对论—研究

IV. ①O441.4②0412.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 051367 号

书 名 电磁相对论

编 著:冯天岳

责任编辑:徐建文

装帧设计:出书网·丁岩

出 版:武汉出版社

社 址:武汉市江汉区新华下路 103 号 邮 编:430015

电 话:(027)85606403 85600625

<http://www.whebs.com> E-mail:zbs@whebs.com

印 刷:北京奥隆印刷厂 经销:新华书店

开 本:880mm × 1230mm 1/32

印 张:4 字 数:110 千字

版 次:2010 年 4 月第 1 版 2010 年 4 月第 1 次印刷

定 价:20.00 元

版权所有·翻印必究

如有质量问题,由承印厂负责调换。

目 录

第 1 章 名词与符号	1
第 2 章 假设	11
2. 1 惯性系平等假设	11
2. 2 光速不变假设	15
2. 3 电磁相对性原理	18
第 3 章 洛仑兹变换	19
3. 1 准备	19
3. 2 洛仑兹变换公式	23
3. 3 洛仑兹变换的条件	30
3. 4 洛仑兹变换的目的	32
3. 5 不可观测性	36
3. 6 剖析洛仑兹变换	36
3. 7 洛仑兹变换的价值	39
3. 8 一般洛仑兹变换	42
第 4 章 可观测量	43
4. 1 电磁事件	43
4. 2 同地性	47
4. 3 同地异时电磁事件	49
4. 4 同时性	57

4. 5 同时异地电磁事件	59
4. 6 同时性和同地性的讨论	62
4. 7 同时同地电磁事件	64
第 5 章 光速合成	65
5. 1 光速的相对论效应	65
5. 2 光速合成公式	69
5. 3 光行差	74
5. 4 小结	78
第 6 章 抽象时空	79
6. 1 电磁时空的性质	79
6. 2 抽象时空的意义	84
第 7 章 电磁动量	87
7. 1 电子的质量	87
7. 2 电子动量的洛仑兹变换	91
7. 3 中性粒子的动量	98
7. 4 宏观物体的动量	99
7. 5 质速关系	99
第 8 章 电磁能量	103
8. 1 电子的电磁能	103
8. 2 质能公式	108
8. 3 质能关系	109
参考文献	113
附录	114
后记	122

第一章 名词与符号

1. 参照物

电磁相对论中，以光源或电磁源为参照物，用来判别那个坐标系是运动坐标系，那个坐标系是静止坐标系。

正确的选择参照物是研究相对论的关键。

2. 观测信号

电磁相对论中的观测信号是光。信号性质是电磁性质。信号速度是电磁场的传播速度。

光是信号也是被观测对象。

3. 观测对象

电磁相对论中的观测对象是具有电磁属性的客体和电磁现象。

电子带有电荷，具有电场，参与电磁作用，所以电子是观测对象。光和光源是观测对象。

宏观物体及其运动，生物学规律和生命现象等，不

是电磁相对论的观测对象。

4. 观测者

电磁相对论中的观测者是人和电磁学仪器。观测者所在的坐标系应当是惯性系。

观测者的位置很重要，不同的位置将有不同的观测结果。

5. 静止坐标系 **S**

没有运动光源或电磁源的惯性坐标系叫静止坐标系，也叫实验室坐标系。

静止坐标系是观测者所在的坐标系，应当是经典时空中的坐标系，即宏观体系中的坐标系。

静止坐标系用符号 **S** 表示，其空间用 x 表示，时间用 t 表示。**S** 系中只有观测者，没有被观测对象。因此，只有在 **S** 系中才能观测到相对论效应。

6. 运动坐标系 **S'**

有光源或电磁源的惯性坐标系叫运动坐标系，它相对于静止坐标系 **S** 作匀速直线运动，也就是相对于观测者运动。

用符号 **S'** 表示运动坐标系，其空间坐标用 x' 表示，时间坐标用 t' 表示。**S'** 中的光源或电磁现象，是被观测

对象，是具有电磁性质的微观客体。一般情况下 S' 系是依附在微观客体上的坐标系，是近似的惯性系。

S' 系中不存在观测者，只有被观测的对象。

例如，遥远发光天体退离地球的运动。这时地球是静止坐标系 S ，遥远发光天体是运动坐标系 S' ，确切的说是随天体一起运动的发光原子。在遥远天体上不存在观测者，只有被观测的对象；在地球上没有被观测对象，只有观测者。

7. 相对运动速度 v

相对运动速度是指， S' 系相对于 S 系的相对运动速度，即相对于观测者的速度，是匀速直线运动的速度。用符号 v 表示。有时， v 也是即时速度或瞬时速度。

有些情况下，变速运动的某一微小区域内，其平均速度也可看作是近似的匀速直线运动。

这里的速度，大部分情况是指速率，因为我们研究的运动，一般都是沿坐标轴 X 方向的运动。

8. 惯性系

某一系统相对于参照物作匀速直线运动，那么这个系统就是惯性系，或惯性坐标系。

按照这样的定义，参照物必须是近似的惯性系。如何判断参照物自身是惯性系，要靠相对性原理。某些微观客体的运动近似于匀速直线运动时，可以把它当作惯

性系来处理。惯性系是一种近似，大都是局部区域。

9. 惯性原理

在惯性系中，相对性原理一定成立；反之，相对性原理成立的系统，一定是惯性系。这就是惯性原理。

由于是原理性质的，所以正反两种说法都是无法证明的。但它不同于能量守恒原理和质量守恒原理，因为它只适用于惯性系。

惯性系与相对性原理是互相依存的两个概念，两者是一个整体。今后，一提到惯性系，就默认相对性原理成立；只要相对性原理成立，一定是惯性系。

10. 惯性系平等

一切惯性系对力学现象是平等的，一切惯性系对电磁学现象是平等的。

惯性系平等是指所有惯性系，对同一电磁事件有相同的描述，而相对性原理是每个惯性系对自身的考察。

对于观测而言， S 系与 S' 系是不平等的，前者是观测者，后者是被观测对象。

11. 标准钟和标准尺

标准钟和标准尺是对惯性系而言的。

由于假设了惯性系对力学现象和电磁现象都平等，

所以 S' 系与 S 系应当使用相同的时钟和相同的尺，也就是它们有共同的时间标准和统一的长度标准。

标准长度：刚性米尺。 S 系中原子发光的波长。

标准时间：机械钟。 S 系中的原子钟。

12. 本征值

在静止坐标系 S 中，用标准尺和标准钟对电磁现象 A 的时空进行观测，观测的结果是数值 x 和 t 。

假设 S' 系中有观测者，他对 S' 系中的电磁现象 A 进行观测，其结果也应当是数值 x 和 t 。也就是说，不会因为 S' 系相对于 S 系的运动而改变。

其中 x 和 t 叫本征长度和本征时间，统称本征值。

本征值的含义是，观测者与被观测对象处于相对静止状态下的时空坐标数值。

13. 电磁事件

事件：指时空坐标组。例如： (x, t) ， (x', t') 。

间隔：同地发生的两事件之间的时间间隔。

间距：同时发生的两事件之间的空间距离。

间隔和间距是相对量，具有观测意义。

14. 空间与时间

物质本身是没有间隙的，是一种物质挨着一种物质

的。由于物质的疏密不同使人产生了空间的概念。所以说空间是经验的。

时间不是物质。人们在比较物体运动快慢时得到了时间概念。时间是经验的和抽象的。

空间和时间都是经验的，经验是绝对的，是不会变的。特别是，假设了惯性系平等之后，使得经验的绝对性更为合理。例如，一个人在某个惯性系中获得了时空经验，当他进入另外一个惯性系后，他的时空经验是不变的。不存在时空经验的收缩或膨胀。不存在一会变得年老，一会不会变得年青。经验不是速度的函数。

经过几十亿年的获得性遗传，人类对空间和时间有了先验性。

15. 时空

物理上，一种时空代表一种时空坐标变换。类似于数学中，一种空间代表一种运算，一个运算系统或运算结构。经典时空对应于伽里略变换，电磁时空或四维时空对应于洛伦兹变换。

同时，时空也是通用名词，它代表时间和空间，譬如时空坐标，时空观等等。

16. 经典时空

经典时空的特殊性在于，人类生活在其中。人们可以亲身体验伽里略变换，这使得经典时空成为现实的宏

观环境。

牛顿力学是经典时空中的力学规律。

人们观测到的电磁现象，或是电磁现象发生变化的时空，都属于经典时空。

17. 抽象时空

物质的性质和物质的运动反映到人的思维中，形成了一些抽象的概念和规律。其中，时间和空间的规律是最基本的，这些概念和规律的总体叫抽象时空。抽象时空只存在于人的思维中。

抽象时空的意义在于，区分出物理量的可观测性和不可观测性。可观测性的内容对实验物理非常重要；不可观测性的内容对物理学理论非常重要。

抽象时空的概念，不仅是相对论的理论工具，同时也是物理学基础理论研究的工具。如同数学中，出现了抽象抽代数一样。

经典时空也是抽象时空，但由于经典时空的特殊性，使它成为现实的时空。

18. 洛伦兹变换与抽象时空

洛伦兹变换中的空间坐标和时间坐标只具有变换性，不具有可观测性，所以叫作抽象时空。但是，从洛伦兹变换推导出的结果具有可观测性。

时空的洛伦兹变换是物理学中典型的抽象时空。

19. 四维时空

洛伦兹变换推广为四维后，使电磁时空成为抽象四维时空，简称四维时空。不过，原来的电磁时空也含有抽象的意义。

20. 时空的独立性

经典时空中的规律不可用于电磁时空，电磁时空的变换规律不能应用于经典时空。这就是时空的独立性，也叫系统的独立性，因为每种时空形成一个封闭的体系或系统。

21. 电磁现象

电磁规律在经典时空中表现为电磁现象。电磁现象是可观测的。抽象电磁时空是不可观测的。

电磁现象不一定都遵从洛伦兹变换，所以电磁现象不等于电磁规律，电磁规律一定遵从洛伦兹变换。

现象与时空是不同的。

22. 电磁时空

电磁时空是双关语，一方面是用来区别经典时空和电磁时空，或者说是区别力学现象和电磁现象。另一方面，电磁时空是四维抽象电磁时空的简称，即遵从洛伦

兹变换的时空。

从电磁现象中抽象出来的规律，如电磁场方程，属于电磁时空中规律。或者说，电磁学中的物理量所遵循的时空规律，属于电磁时空。

电磁铁周围的空间，既是电磁空间，也是经典时空的空间。类似的还有电磁波传播的空间等等。电磁波本身的时空规律是电磁时空，而不属经典时空。

人们无法直接进入电磁时空和原子空间。

23. 属性

属性也叫物理意义。

属性是用来区分物理量和公式的物理意义，以便恰当的使用物理概念和物理公式。

例如：汽车行驶 30 米，与光运动 30 米，从性质上说是完全不同的。汽车的 30 米遵从伽里略变换，而不遵从洛仑兹变换；光运动的 30 米遵从洛仑兹变换，而不遵从伽里略变换。

这种区别的重要性在电磁相对论建立之后才凸显出来。

24. 观测效应

举一个例子说明什么是观测效应。在夜晚，用手拿住光源以手臂为半径划圈，远处的观测者将会看到一个圆形的光圈。这是视觉暂留造成的观测效应。

上面的例子中，除了有视觉暂留的原因之外，还有一个原因，是观测者与光源之间存在着相对运动。如果观测者跟随光源一起运动，将看不到光环，也没有观测效应了，这一点很重要。

再举一个例子，人的生命是一个演化过程，假设人的平均寿命是 70 年。有一位观测者在距离地球很远的地方观测地球上人口的总数，他会发现，在一定的期间内人口的总数不是常数，而是在某一数值（70 岁）附近摆动，这个数量的波动叫演化效应。演化效应是观测效应的一种，又如类星体视星等的弥散^[1]。

在电磁学中和力学中，都有观测效应。观测效应的特点是，观测它，它就有；不观测它，它就没有。

效应不是实在，是存在。实在和存在是并行的，是同时存在于宇宙中的。效应是可以感知的，它不同与精神。精神与物质是平行的存在于宇宙之中，抽象时空是精神世界的一个子域。

25. 相对论效应

相对论观测效应是观测效应的一种，是由惯性系的相对运动速度引起的。相对论效应只在电磁现象中出现，也在微观粒子的相互作用中出现。

在牛顿力学中没有相对论效应。但是，用光信号观测力学现象和宏观物体的运动，将产生视觉形象问题。这种情况下，要对光信号进行洛伦兹变换，从而产生光信号的相对论效应。这不是力学本身的相对论效应。

第二章 假设

电磁相对论有两个基本假设，惯性系平等和光速不变假设。本书不把相对性原理作为单独假设，而是把相对性原理与惯性系结合在一起，采用惯性原理的说法。只要是惯性系，则相对性原理一定成立，只要相对性原理成立，则一定是惯性系。

2.1 惯性系平等假设

惯性系平等是指两个惯性系之间的关系，在什么情况下两个惯性系平等，在什么情况下不平等。

1. 惯性系平等

无论惯性系之间是相对静止，还是相对运动，它们都是等同的，这就是惯性系平等。这使惯性系的概念绝对化了，从而避免了不应有的悖论。

例如，惯性系 S' 系中有一电磁现象，无论 S' 系是

静止，还是惯性运动，都不影响该电磁现象。所谓静止和运动都是相对 **S** 系而言。

2. 本征值（绝对量）

图 1 中，**S** 系与 **S'** 系的原点重合，从原点发出光矢 **OA**。

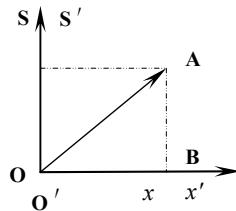


图 1

S 系和 **S'** 系中应有相同的 **OA**，如图 2 所示。

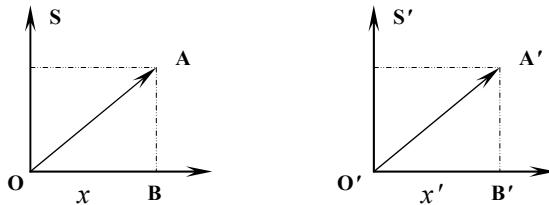


图 2

图 1 和图 2 表明两个惯性系在相对静止情况下，它们互相平等，并且有下面的关系：

$$OA = O'A' \quad OB = O'B' \quad x = x' \quad (1)$$

当 S 系与 S' 系相对运动时, 如图 3 所示。根据惯性系平等, 关系式 (1) 仍然成立。

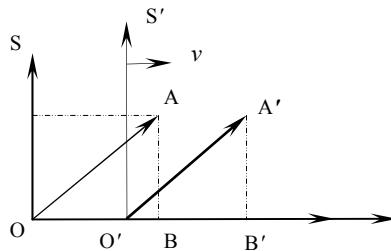


图 3

上图中光矢量 OA 与 $O'A'$ 是相同的, 即把它们叫本征值或绝对量。 $O'A'$ 的投影 $O'B'$ 也是绝对量。

2. 观测量

事实上, 当 S 系与 S' 系相对运动时, 如图 4 所示。

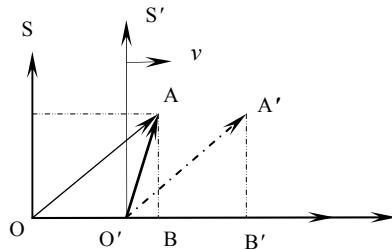


图 4

S 系中的观测者，观测 **S'** 系中的 $O'A'$ 时，得到的结果是 $O'A$ 。于是，在 **S** 系看来，有：

$$OA \neq O'A \quad OB \neq O'B \quad x \neq x' \quad (2)$$

显然，关系 (2) 与关系 (1) 不同了。本来绝对相等的量变得不相等了，如图 5 所示。

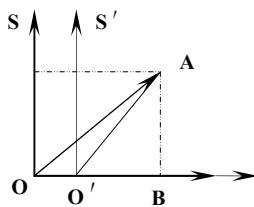


图 5

图 5 中， $O'A$ 应当是 **S'** 系中的 $O'A'$ ，但是它在 **S** 系中表现为 $O'A$ 。

$O'A$ 不等于 OA ，叫观测效应。 $O'A$ 叫观测值。

注意：**S'** 系中不存在 $O'A$ ， $O'A$ 只是 **S** 系中的观测值。**S'** 系中只有图 4 中的 $O'A'$ 。

可以看出，就观测地位而言，**S** 系与 **S'** 系是不平等的。一个是观测者，一个是被观测对象。

3. 解读惯性系平等

很明显，惯性系平等必须有两个惯性系，这是与相对性原理不同的地方。

(1) 惯性系全同

惯性系平等的重要理念是， S 系与 S' 系是全同的，无论它们之间是否存在相对运动。

(2) 观测效应

从惯性系平等得到的重要结果是，当惯性系之间相对运动时，将产生观测效应。

(3) 惯性系不平等

从惯性系平等得到的最重要的结论是，对于观测而言，惯性系是不平等的。 S 系是观测者， S' 系是被观测的对象。两者地位是不允许互换的，不允许 S' 系对 S 系观测，或者说这样的观测没有意义。

(4) 绝对量

惯性系平等中的绝对量就是本征值的概念。

(5) 惯性系平等的真谛

首先认定 $OA = O'A$ (图 5)。

然后认为 $OA \neq O'A$ 是观测效应，从而建立了洛伦兹变换。

2.2 光速不变假设

1. 光速不变的两种说法

(1) 惯性系内

在某一惯性系内，光速是常数。例如地面是惯性系，

光对地面上一切静止物体的速度是常数 c 。

在地面上运动的汽车中，光对汽车的速度是 c 。

（2）惯性系之间

光对任何惯性系的速度都是常数 c 。这种说法的结果是，光对地面的速度是 c ，光对运动的汽车的速度也是 c 。

第一种说法比较容易接受。第二种说法，不容易接受，因为它不符合逻辑；也就是，不符合思维的基本规律，所以只能作为一种假设。

通俗的说法是，谁是惯性系，对谁就是 c 。

众所周知，速度的大小必须有参照物，光速的参照物本来是以太，现在改为惯性系。

惠更斯原理是，波前可作为新的光源。由此联想到光速不变是惠更斯原理的延伸。任何惯性物或惯性系都可当作一个新的光源，新光源发射的光一定是光速。光速不变与惠更斯原理的区别是，光速不变是对所有惯性系而言。

为了叙述方便，本书中把这一假定简称为“光速不变”。

1. 光速不变的解说

（1）迈克尔逊-莫雷实验

用光速不变假设解释迈克尔逊-莫雷实验是最简便的方法。反之，光速不变假设的根据就是迈克尔逊-莫雷（Michelson-Morley）实验。

（2）假设性

迄今，人们无法说明这个假定是正确的，也无法说明这个假定是错误的，所以作为假设是合适的。

（3）实用性

这个假定具有实用性，和现实性。即使将来有了正确理论，那么光速不变假设，作为新理论的一级近似，一定是合理的。如果将来发现以太介质，那么真空中的光速不变也是成立的。其实，物理学中没有精确证据否定以太的存在。

（4）正确性

根据这个假设建立的理论，能够处理高能物理现象。可以这样说，实践证明这个假设所得到的结论是正确的。当然，这不代表假设本身一定是精确的。

（5）电磁属性

光速不变是电磁时空的属性，用经典时空的观点来理解是不行的。

（6）与光源无关

理论上，场的传播速度是由场的物理性质决定的，与光源的运动无关。

既然假定了光速对任何惯性系都是常数，那么势必认定光速与光源运动无关，否则假设将失去作用。

（7）观测性

光速不变假设是观测性质的，它是基于观测的结果，而不是理论的需要。光的真实传播速度没有人能够知道，当人们对它测量时，它就是常数 c ，于是就有了光速不变假设。观测性与理论性的区别在于，观测性的

假设是可调的。当我们使用非电磁信号，且速度大于光速时，假设的近似程度将显露出。

2. 光速不变的应用：不变量

从惯性系平等，我们得到两个重要的概念：本征值和观测值。当进行观测时，本征值的数值发生变化。那么有没有不变的量呢？数学上有，物理上没有。物理学是一门近似的科学，所有的量和公式都近似的。物理上只有不变的关系，找到一种不变的关系就可以建立一种时空。在图 2 中，由光速不变得到下面的关系：

$$OA^2 - c^2 t^2 = 0 \quad O'A'^2 - c^2 t'^2 = 0$$

不变量的形式为 $A^2 - B^2$ 。

这个不变关系式经过数学处理之后，可以得到与坐标系转动不变量相同的数学形式。于是借助坐标系转动不变量的数学公式，很容易导出洛伦兹变换公式。

2.3 电磁相对性原理

对电磁现象进行测量，必然用电磁信号，从而形成电磁闭合回路。由于是惯性系，即匀速直线运动，所以无法区分静止或运动。这是无法摆脱的事实，是惯性系的属性，不须单独作为一个原理。

第三章 洛伦兹变换

3.1 准备

洛伦兹变换是电磁相对论的理论支柱。本书将以洛伦兹变换为主线贯穿始终。

1. 电磁相对论基本思想

先有绝对，才能有相对；没有绝对，就不会有相对。从这个意义上说，相对论是建立在绝对论的基础上。

如果大家都是相对，那么必然陷入相对主义。

从惯性系平等假设，知道了什么是本征值，即绝对量。以及本征值在观测中发生变化，出现了观测量。

（1）本征值与运动无关

电磁相对论认为，根据惯性系平等假设，关系（1）在任何情况下都成立，无论 S' 系是静止还是运动。

这是电磁相对论的基本思想之一。

（2）相对论效应

图 2 中， S' 系中的本征值 OA 或 $O'A'$ 在 S 系中发生

了改变(图4)。电磁相对论认为这种改变,是由于惯性系之间相对运动速度引起的,把这种效应叫作电磁相对论观测效应,简称相论效应。

这是电磁相对论的基本思想之二。

2. S 系中的光矢量和光影

在 S 系中,光波从 O 点发出,经过时间 t 到达 A 点,光矢为 OA。

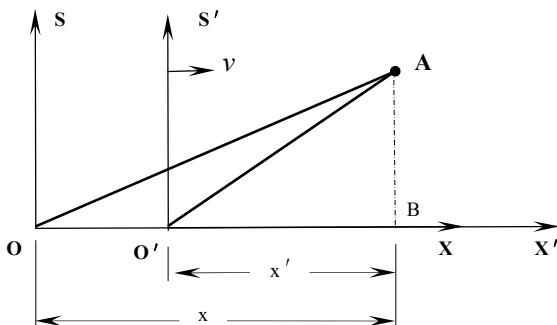


图 6

A 在 X 轴上的投影是 B 点,即光波从 A 发射到 B,发射方向重直于 X 轴。OB 是 OA 的光影, $OB=x$, A 点的坐标为 $A(x, t)$

光影点 B 在 X 轴上的移动速度称为光影的速度,它永远小于 c ,因为速率取决于路程和时间的比。路程 OB 小于路程 (OA+AB),但它们所对应的时间是相同的。注意,光是从 O 发出到达 A,再从 A 到 B。

3. S 系中的光影与光矢不同步

光影点 B , 与 A 不对应, 或不同步, 这是很重要的事实。原因是光的传播从 A 到 B 不是瞬时的。

只有当 OA 很短, 或是 OA 的方向近似于 OX 轴的方向, B 点才近似是 A 点的投影。

4. S 系中的观测者

S 系中的观测者, 观测到 S' 系沿坐标轴 X 方向运动, 经过时间 t 后, S' 系的原点从 O 运动到 O' 的位置。 S' 系中的 OA 变成了 S 系中的 $O'A$ 。并且

$$O'A \neq OA$$

电磁相对论认为, $OA \neq O'A$ 是一种相对论观测效应。这种效应只能是 S 系中的观测者, 对 S' 系中的电磁对象进行观测时, 才能在 S 系中被观测到。因为, S 系中的观测者既可以观测到自己坐标系中的 OA , 又可以同时观测到 O' 点上的光源的移动。

我们的任务是找到 OA 与 $O'A$ 之间的数值关系。

5. S' 系中的观测者

假设 S' 系中有一位观测者, 他将看不到 OA , 用仪器也检测不到 OA 的存在。 OA 对于 S' 系中的观测者来讲, 是根本不存在。原因是, S' 系一旦运动, S 系是一

个空的坐标架，没有光源和电磁源，坐标轴不会发光，等于说 **S** 系中没有被观测的对象。

S' 系中不应当有观测者，即使有观测者也毫无意义。这是电磁相对论与其它相对论的区别。

对于观测相对论效应这一目的而言，**S** 系与 **S'** 是不平等的。因为只有 **S** 系中的观测者，才能够观测到相对论效应。

6. 在一维中求 $O'A$

在一维情况下，认为光点 **A** 与它的投影点 **B** 近似

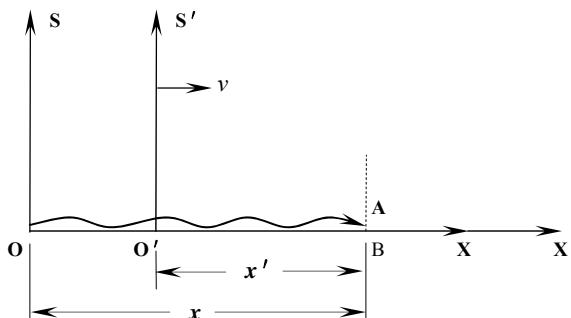


图 7

重合，即 $OA = OB = x$ ，在 **S** 系中（图 7）有

$$x = ct \quad x^2 - c^2 t^2 = 0$$

注意到， $O'A$ 在 **S** (**S'**) 系中，是 $O'B = x'$ 。 x' 应当对应

于 t' ，所以在 **S** 系中还应当有

$$x' = ct' \quad x'^2 - c^2 t'^2 = 0$$

我们看出

$$x^2 - c^2 t^2 = x'^2 - c^2 t'^2$$

是不变量形式，其形式为 $A^2 - B^2$ 。

上面的形式使我们想起坐标系旋转不变量 $A^2 + B^2$ 。在坐标系旋转公式中恰好包含 x 与 x' 的关系，即 OA 与 $O'A$ 的关系。我们单纯从数学上考虑，只要能够找出 x 与 x' 的数值关系即可，那么不妨利用坐标系旋转不变量的公式求 x 与 x' 之间的联系。为此，只须把 $-c^2 t^2$ 变为正项。

3.2 洛伦兹变换公式

本书采用初等几何学方法推导，简单直观。

1. 坐标系旋转不变量

下图中，矢量 OA 的模是坐标系旋转不变量。

$$OA^2 = x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2$$

(x, y) 与 (x', y') 的变换关系已在附录 A 中推导出。

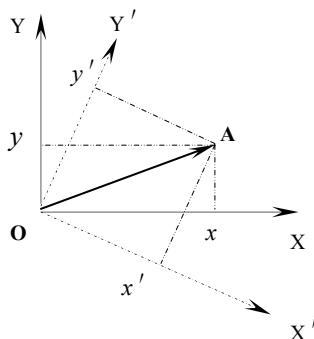
它们的变换关系式为

$$x' = x \cos \varphi + y \sin \varphi \quad (3)$$

$$y' = y \cos \varphi + x \sin \varphi \quad (4)$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \quad (5)$$

$$\sin \varphi = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}$$



上面公式中， x 与 x' 的关系，将用于推导洛伦兹变换。

2. 推导洛伦兹变换公式

为了应用上面的公式，须使 $-ct$ 变为正值，故设

$$u = ic t \quad (6)$$

$$u^2 = -c^2 t^2$$

于是

$$x^2 - c^2 t^2 = x^2 + u^2$$

不变式的形式从 $A^2 - B^2$ 变为 $x^2 + u^2$ 。

借用坐标系旋转不变量的公式，用下面的方法求出洛伦兹变换公式。

对于 $x^2 + u^2$ ，公式 (3) 和 (4) 式变为

$$x' = x \cos \varphi + u \sin \varphi \quad (7)$$

$$u' = u \cos \varphi + x \sin \varphi \quad (8)$$

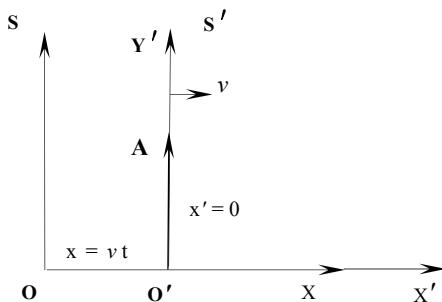


图 8

现在，我们看一种特殊情况。在图 8 中，光矢 OA 的方向几乎与 $Y(Y')$ 轴平行，这时可以近似地把 A 点看作是在 Y' 轴上，于是有近似关系：

$$x' \approx 0 \quad \text{和} \quad x = vt \quad (9)$$

把 (9) 式代入 (7) 式中, 求出

$$\tan \varphi = -\frac{x}{u} \quad (10)$$

把 (6) 和 (9) 式代入 (10) 式中, 得到

$$\tan \varphi = i \frac{v}{c} \quad (11)$$

再把 (11) 代入 (5) 式中, (5) 式变为

$$\sin \varphi = i \frac{\frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

把上面两个式子代入 (7) 和 (8) 中, 得到

$$x' = \frac{x + i \frac{v}{c} u}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (12)$$

$$u' = \frac{u - i \frac{v}{c} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (13)$$

最后把 u 还原为 t ，即用 $u = ict$ 代入上式，导出

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (14)$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (15)$$

公式 (14) 和 (15) 是洛伦兹变换公式。

当 S' 系沿 OX 轴逆向运动时，而且光源也是沿 OX 轴逆向运动时，如图 9 所示。

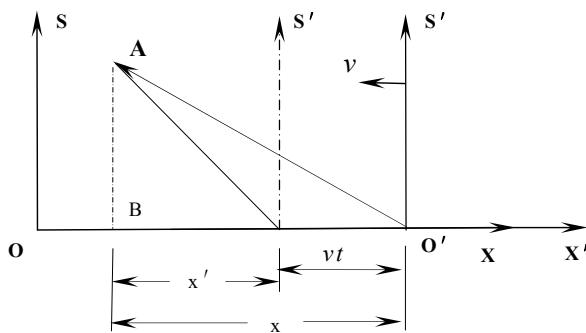


图 9

应用相同的推导方法，仍然可以得到公式 (14) 和

(15)。很明显，只要光源的运动方向与光的发射方向相同，就会得到光影收缩的结果。

3. 光影膨胀的公式

如果光源的运动方向与光波的发射方向相反，如图 10 所示，则有

$$CB = x \quad O'B = x' \quad x' > x$$

上面的结果是 **S** 系中的观测者，在自己的 **S** 系中观测到的。相当于 **S'** 系的光影比 **S** 系中的光影大，即光影膨胀。

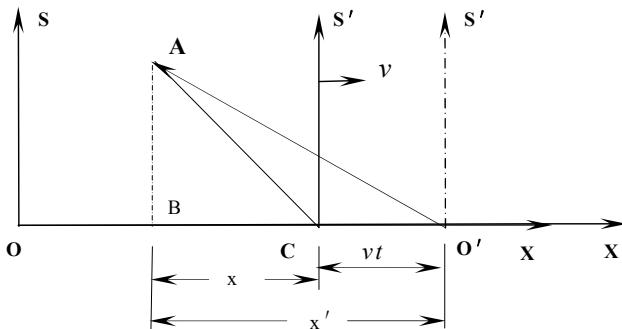


图 10

光影收缩或膨胀都是相对论效应，并不代表本征值的实际变化。从图 9 和图 10 看出，光源的运动方向和光波的发射方向，将影响观测的结果，但是这个结果只

具有理论意义。

类似于前一节的推导方法，可以求出公式（16）和（17）如下：

$$x' = \frac{x + vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (16)$$

$$t' = \frac{t + \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (17)$$

实际上，只须把 $(x - vt)$ 换成 $(x + vt)$ 。

上面的公式说明，光源的运动方向和光的发射方向对观测结果有影响。把上面几个公式合在一起，为

$$x' = \frac{x \pm vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (18)$$

$$t' = \frac{t \pm \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (19)$$

重要提示：我们能够观测到光影的收缩和膨胀吗？

我们不能。一方面，坐标的绝对值没有测量的可操作性，即没有可观测性。另一方面，上面的公式只具有理论意义，因为它们是抽象时空中的量。我们将设法从上面的公式，导出具有可观测意义的相对量（第 4 章）。

3.3 洛伦兹变换的条件

从几何学上看， OA 是一个矢量，它的坐标分量具有关系（3）和关系（4）是完全正确的，但这只是数学上的正确。

如果把关系式（3）和（4）应用到物理上，则不一定正确。我们在推导洛伦兹变换的过程中，默认（3）和（4）是精确的。因此有必要审查一下，（3）和（4）式应用于物理现象时，它们是否精确。

1. 局域性和近似性

我们已经注意到，图 6 中的 A 与 B 是不对应的，或不同步的。原因是光波从 A 到 B 的传播速度不是瞬时。只有当 OA 很短， B 点才近似是 A 点的投影。很明显，关系（3）和关系（4）的成立条件是：

OA 必须非常短

这就是洛伦兹变换的前提或条件。

这个条件表明，洛伦兹变换只有在局部区域内才是近似的成立，如同微积分，或微分几何那样。所以，洛伦兹变换具有局域性和近似性。

显然，在微观情况下，局域性比较容易得到满足；宏观情况下，只有少数情形可以满足局域性。

2. 洛伦兹变换是光影的变换

图 6 中 $OB = x$ 和 $O'B = x'$ 都是光影。洛伦兹变换的实质是光影的变换。

当 OA 的方向指向 OX 方向时，洛伦兹变换可以近似当作一维光矢的变换或光程的变换，如图 7 所示。

上述条件决定了洛伦兹变换的应用范围，必须是电磁性质的对象，如光波，电磁场的传播。

3. 惯性系

洛伦兹变换公式只适用于惯性系。确切的说是局部惯性系，因为必须满足局域性。

从各方面来说，洛伦兹变换不能应用于宏观物体及其运动，更不能应用于生物和人体。

4. 以光源为参照物

应用洛伦兹变换必须以光源为参照物，区分运动坐标系与静止坐标系。这不仅是应用洛伦兹变换的基本方

法，也是电磁相对论的基本观点；与其它相对论的本质区别就在于此。

从图 3 中看出，光源是在 S' 系中，并且随 S' 系一起运动，光源未随 S 系一起运动；可见两个坐标系是有区别的。

5. 物理量的洛伦兹变换

适合洛伦兹变换的物理量，必须是电磁性质的物理量，而且是矢量。该物理量的传递速度应当是光速。物理量的变化必须在极小区域内完成。

电磁动量符合洛伦兹变换条件，参阅第 7 章。

3.4 洛伦兹变换的目的

洛伦兹变换的目的是计算相对论效应。

1. 相对论效应

相对论观测效应是观测效应的一种，是由惯性系的相对运动速度引起的。

前面推导出的 x' 和 t' 代表相对论效应。表面上它们用 S' 系中的符号，实际是 S 系中的数值。

由于观测者只能存在于 S 系中，所以相对论效应也

只能在 **S** 系中表现出。这就是，**S'** 系中不存在相对论效应的原因。于是得到重要结论：

从 (x', t') 求 (x, t)

是没有根据的。

2. 计算相对论效应

洛伦兹变换的目的是求 x' 和 t' ，这也是电磁相对论的目的。

我们已经推导出洛伦兹变换公式如下：

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

上面两个公式的意义是：

已知 (x, t) 求 (x', t')

这符合洛伦兹变换的目的。

从 (x', t') 求 (x, t) 是错误的。下面就这个问题进行详尽的说明。

为了说明问题，假定 S' 系中有一位观测者，在他看来 S 系的运动方向是沿 X' 轴的反方向运动（图 6），也就是沿 $-v$ 的方向运动。

根据这一方向求出

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (A)$$

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (B)$$

公式 (A)、(B) 的意义是

已知 (x', t') 求 (x, t)

从已经观测到的相对论效的数值，求本征长度和本征时间。这样的计算方法是无法完成的，理由如下：

(1) 本征值 (x, t) 必须是已知数

必须事先知道 (x, t) ，才能进行观测。观测到的结果与 (x, t) 进行比较，得出相对论效应的具体数值 (x', t') 。

(2) (x', t') 是未知数

如果事先不知道物理量的本征值 (x, t) ，那么即使观测到相对论效应，也不知到是不是相对论效应，更不

可能知道 (x', t') 的数值。可见，从 (x', t') 求 (x, t) 是不切实际的。

(3) 单值性

公式 (14) 中 x 与 x' 之间的关系是

$$x' = f(x, v)$$

由于上式中 x 的数值是已知的，所以 x' 与 x 之间是单值关系，这是正确的方法。

对于公式 (A)，有

$$x = f(x', v)$$

其中 x' 的数值是未知数，是可变的。因此， x 不具有唯一的确定值，也就是 x 与 v 不是单值关系。显然公式 (A) 没有任何物理意义。

另一方面，如果不事先知道本征值，即使猜想到观测的结果中有相对论效应，也确定不了 x' 的数值。

例如，我们观测到遥远天体的光谱线，但不知该光谱线在实验室中的位置是多少，那么我们将无法确定观测到的光谱线是红移还是蓝移，更无法确定光谱线的移动量是多少，即相对论效应是多大。

以上任何一条理由，都说明公式 (A)、(B) 是错误的，其原因是思想方法出现了错误。

从洛伦兹变换的目的来讲，公式 (14)、(15)、(16)、(17) 是唯一的，不可逆的。

知道了相对论效应和洛伦兹变换的目的，我们得到了两个重要的概念：

- i . 在 \mathbf{S}' 系中不应当存在 x' 和 t' 。
- ii . 不存在 \mathbf{S}' 系对 \mathbf{S} 系的观测，只能是 \mathbf{S} 系对 \mathbf{S}' 系的单向观测。

电磁相对论不是坐标系之间的互相观测；不是两个坐标系观测同一电磁事件；不是两个坐标系的坐标，无条件的互相换来换去。不是你看我，我看你。

3.5 不可观测性

洛伦兹变换是电磁信号的时空变换，变换的本质是时间绝对值和空间绝对值的变换。时空绝对值的测量是不具有可操作性的，因此洛伦兹变换的结果不具有可观测性。

例如，图 6 中的 OB 和 $O'B$ ，我们无法同时测量电磁信号两端的信息，即测量单向光线的长度，而洛伦兹变换中的空间坐标正是光线的长度。

另一方面，电磁时空属于抽象时空，洛伦兹变换是抽象的变换规则，应当是不可观测的。

3.6 洛伦兹变换剖析

通过对洛伦兹变换的剖析，将使我们对它有更真实

的了解，从而更深刻地认识电磁相对论的本质。

1. 建立过程

图 11 中， S 系中的光矢 OA ，在 S' 系中为 $O'A'$ ， OA 等同于 $O'A'$ 。

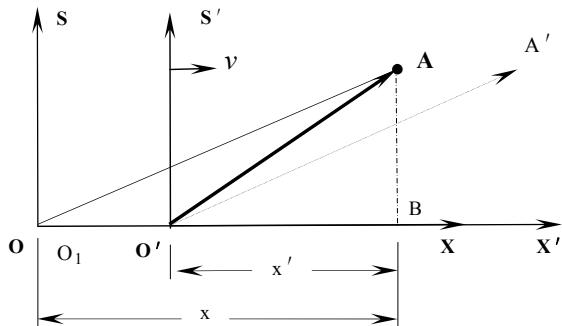


图 11

当 S 系中的观测者，对 S' 系中的 $O'A'$ 进行观测时，观测的结果是 S 系中的 $O'A$ 。 $O'A$ 与 OA 不同，它们之间的变换公式，即洛伦兹变换。

2. 洛伦兹变换的错误

(1) 从附录 B 和附录 C 知道， $O'A$ 与 OA 之间毫无关系；图 11 中的 $O'A$ 是虚构的。因此洛伦兹变换公式的建立，一开始便是没有根据的。

(2) S 系的观测者认为, S' 系中的观测者能够观测到 $O'A$, 这是一种错觉。假设 S' 系中有观测者, 那么他只能观测到 $O'A'$, 绝对观测不到 $O'A$ 。 $O'A$ 是根本不存在的, 完全是 S 系中观测者的想象。

(3) S 系的观测者认为, 光从 O' 到 A 的光速为 c , 是没有根据的。只能假设, 光从 O' 到 A 是光速 c , 即光速不变假设。

既然是错误的假设为什么还有正确的结果呢? 这是因为这样的假设, 近似地符合实际情况。这就是洛伦兹变换的真谛。

3. 洛伦兹变换真谛

在图 11 中, S' 系中的 $O'A'$ 与 S 系的 OA 是全同的, 这是基于惯性系平等。

(1) 电子的运动速度 $v \ll c$

当 O' 点在 O 点的附近, 如 O_1 点, 这时 A' 点也很靠近 A 点。在这种情况下, 认为 $O'A'$ 近似等于 $O'A$ 是允许的, 相当于把 $O'A$ 与 OA 看作是从同一地点 O 发出的。这就是说, 当相对运动速度 v 很小时, 洛伦兹变换是近似成立的。

这种情况, 相当于电子的高速运动。

(2) 电子的运动速度 $v \approx c$

当电子的速度 $v \approx c$ 的种情况下, 只有 O' 在 O 的邻域之内, 并无限接近 O 时; A' 点也无限靠近 A 点。这样才可以把 $O'A$ 与 OA 看作是从同一地点 O 发出的。意

味着，局域性的要求更为严格。

电子内部电磁场的变化，如电磁动量的变化，即属于这种情况。

3.7 洛伦兹变换的价值

第一是找出相对量，第二是建立相对论力学。

1. 推导出相对量

洛伦兹变换公式本身并无观测价值，但是由它导出的相对量却有观测意义。这部分内容将在后面的可观测量一章说明。

2. 建立电磁相对论力学

根据 § 3.3 中所说的洛伦兹变换适用范围，电磁动量符合洛伦兹变换条件。

根据电磁动量的洛伦兹变换导出相对论力学，是它最重要的价值，参阅第 7 章。

3. 观测效应

在物理学中，在天文学中，早就有观测效应这一名

词。但是并未引起人们的重视。

然而，在洛伦兹变换的推导中，由于 $O'A \neq OA$ 起到了关键性的作用，或不可替代的作用，使人们认识到观测效应这一概念的重要性。观测效应对实际观测和理论分析都有重要意义。

观测效应为建立抽象时空起到关键性的作用。

4. 时空映射

洛伦兹变换能够把电磁时空中的规律映射到经典时空中。使我们通过电磁现象，认识电磁学的规律。它是一个映射工具，如图 12 所示。

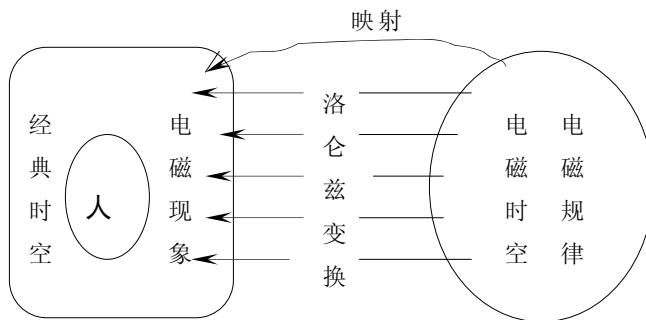


图 12

我们无法进入电磁时空。例如，跑到电磁场里随电磁场的变化运动；也不能跟随电子一起运动。虽然不能亲身感觉抽象时空，但是抽象时空的规律能够用映射

工具反映到我们生活的时空中。

通过洛伦兹变换使我们认识到电磁时空的存在。

5. 建立抽象电磁时空

有了洛伦兹变换之后，再根据 $O'A \neq OA$ 是观测效应的观点，建立了抽象的四维电磁时空。

从电磁时空对电磁规律描述的有效性，看出洛伦兹变换确实是电磁学的工具，从而确立了洛伦兹变换在电磁相对论中的地位。由于电磁相对论在电磁学和量子论中的重要作用，使得洛伦兹变换在物理学中的重要地位得到确认。

6. 界定时空性质

这里所说的时空性质是指抽象时空。

由于时空的性质不同，所以不同时空之间是不能随意过渡的；更不存在什么高速度向低速的过渡。

例如：

(1) 狄拉克方程是抽象电磁时空中的方程。薛定谔方程不是洛伦兹协变，它不是抽象电磁时空性质的方程。因此，狄拉克方程向薛定谔方程过渡出现错误是可以理解的；其实，按电磁相对论的观点，这种过渡是不符合时空独立性的，或者说过渡是错误的。这正是出现克莱茵 (Klein) 佯谬的原因。

描述一部分电磁现象的方程，不一定是电磁时空中

的方程。氢原子能级不完全是电磁学性质的。

(2) 用局部惯性系的方法融合狭义相对论与广义相对论是不现实的，或者说为时尚早。只有等到引力场与电磁场统一之后，才有可能进行相对论的统一。

洛伦兹变换不是真理。认为物理学中的公式和方程都必须是洛伦兹协变，是不符合实际的。

3.8 一般洛伦兹变换

以上的洛伦兹变换来源于特殊的观测方式：电子沿观测者视线方向运动，运动的形式是直线运动。所以把这种洛伦兹变换叫特殊洛伦兹变换。

实际上，电子在原子中的运动，既有公转运动又有类似于自转的运动。于是，必须研究一般洛伦兹变换。即 S 系与 S' 系原点不重合，坐标轴不平行的情形。相当于既有平动又有转动的变换；等同于连续的作洛伦兹变换，把这样的变换叫一般洛伦兹变换。这与电子在原子中的情况很接近，符合观测者实际的观测状况。

从一般洛伦兹变换的研究结果，使我们从理论上对托马斯 (Thomas) 进动有了正确的认识^[2]。这部分内容将在本书的续集中叙述。

第 4 章 可观测量

洛伦兹变换没有可观测性，但是引入“事件”概念之后，可以从洛伦兹变换推导出时空坐标的相对量，这些相对量具有可观测性。

可观测量对于微观世界极为重要。

4.1 电磁事件

洛伦兹变换分为两种基本变换，一种是时空坐标变换，一种是事件坐标变换，简称事件变换。

电磁事件分为时空事件和物理量事件。

事件的变换不仅引导出时空坐标的可观测性，而且引导出物理量的洛伦兹变换。

1. 电磁事件时空图

时空坐标组 (x, t) 代表事件。图 13 是时空坐标图，图中每一点代表一个事件。事件 1 的时空坐标和事件 2

的时空坐标分别标记为

$$(x_1, t_1) \quad \text{和} \quad (x_2, t_2)$$

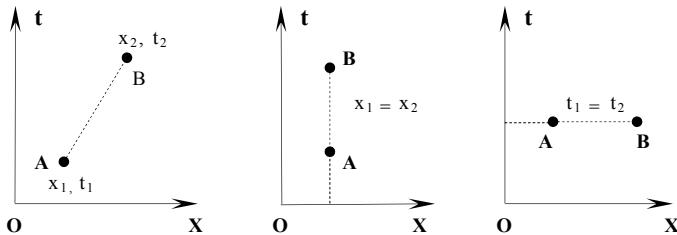


图 13

可以从时空图中，直观的看出事件的性质。例如，同地异时和同时异地事件。

2. 相对量

具有实际观测意义的是相对量。例如，间隔和间距都是相对量。

再一次强调：只有在 S' 系中有被观测的对象，并且被观测的对象的时空本征值是 x, t 。当 S' 系相对于 S 系运动时， S' 系中的 x 和 t ，变成 S 系中的 x' 和 t' 。

现在的问题是，如果 S' 系中的间隔和间距发生变化，那么这些本征值的相对量的变化，反映在 S 系中是什么样？当然 S' 系仍然是相对于 S 系运动的。

本征值 x 和 t ，在 S 系和 S' 系中都是相同的，所谓

本征值的相对量，是指间距 $x_2 - x_1$ 。

我们应用公式 (15) 和 (17) 得到

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) \pm \frac{v}{c^2} (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (20)$$

令

$$t'_2 - t'_1 = \Delta t' \quad \text{和} \quad t_2 - t_1 = \Delta t$$

则有

$$\Delta t' = \frac{\Delta t \pm \frac{v}{c^2} (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (21)$$

上式中， Δt 是本征值的相对量，或本征值的变化。而 $\Delta t'$ 是 Δt 在 **S** 系中的反映，当然也是相对量，具有可观测性。

应用公式 (14) 和 (16) 得到

$$x'_2 - x'_1 = \frac{(x_2 - x_1) \pm v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (22)$$

记

$$x'_2 - x'_1 = \Delta x'$$

$$x_2 - x_1 = \Delta x$$

则有

$$\Delta x' = \frac{\Delta x \pm v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (23)$$

3. 可观测性条件

虽然相对量具有可观测性，但不是所有的相对量都具有可观测性。

从公式 (20) 看出，同地性条件为：

$$x_2 - x_1 \approx 0 \quad (24)$$

或

$$(t_2 - t_1) \gg \frac{v}{c^2} (x_2 - x_1) \quad (25)$$

从公式 (22) 看出，同时性条件为：

$$t_2 - t_1 \approx 0 \quad (26)$$

或

$$(x_2 - x_1) \gg v(t_2 - t_1) \quad (27)$$

满足上述的条件，才是具有可观测性的事件。

4.2 同地性

1. 经典时空的同地性

地面上某一点 A，发生了一个事件 C，过了一段时间又在 A 点，重复的发生了事件 C，或是发生了事件 D。经典同地性认为，事件 C 和 D 是同地事件。

如果，地面上某一点 A，发生了一个事件 C，过了一段时间在 B 点发生事件 D，或是又重复的发生事件 C。经典同地性认为事件 C 和 D 不是同地事件。

人们生活在经典时空中，根据经验默认上述同地性或不同地性是绝对的。

2. 电磁时空的同地性

电磁时空中某一点 A，发生电磁现象 C，过了一段时间又在 A 点发生现象 D，或是重复出现 C。电磁时空认为 C 和 D 是同地发生的事件。

例如，原子发光是量子现象，又具有电磁性质。若把发光看作事件，则可近似的看作同地电磁事件。

与经典时空的区别在于：

(1) 观测对象是带电粒子，或微观粒子。

(2) 电磁时空中，同地性具有相对性。

(3) 电磁时空把观测者与观测对象分别放置在两个坐标系中，一个 **S** 系和一个 **S'** 系。并且把 **S'** 系定位在运动粒子上。粒子是很微小的，所以粒子上发生的事件恒为同地事件。不管粒子是否运动。

3. 同地性的相对性

在 **S'** 系中是同地事件，在 **S** 系看来不一定是同地。图 14 中，**A'** 和 **B'** 是不同地。

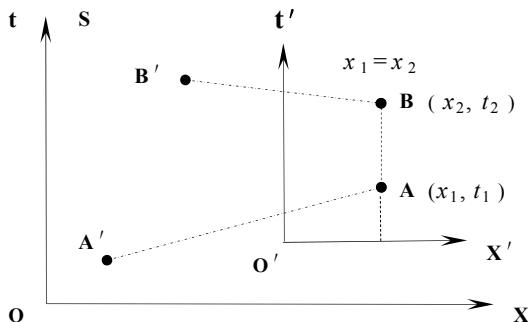


图 14

例如，介子在飞行中，从出生到死亡都是在自身发生的，相当于 **S'** 系中同地事件。但是 **S** 系中的观测者认为，粒子的生与死不是同地，而是出生之后，飞行了一段路程之后死亡。介子的衰变是 **S** 系中不同的地点发生的，不是在同一空间点上发生的。

计算介子衰变的寿命时不能按异地事件处理，只能按同地异时处理，因为他事先知道事件在 S' 系中是同地事件。

如果 S 系中的观测者，不知道某一事件在 S' 系中是否是同地，那么 S 系中的观测者只能看到什么就认定是什么，别无选择。

4.3 同地异时电磁事件

如果电磁事件 1 和事件 2 是在同一地点发生的，那么这种事件叫同地异时事件。注意，事件 1 和事件 2 仅仅在 S' 系中同地，相当于未运动前的 S 系。

同地异时事件之间的时间间隔叫作间隔。间隔是本征值的相对量，是可观测量。

根据可观测性条件公式 (24) 和 (25)，则间隔的计算公式 (21) 成为

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (28)$$

$\Delta t'$ 是可观测量。

比较 (21) 和 (28) 看出，公式 (28) 与运动方向无关，这是一个明显而重要的区别。它的普遍性还有待进一步证明。

事件概念的引入，使洛伦兹变换能够推导出可观测量。这是洛伦兹变换的重要价值。

1. 原时

只有在电磁时空中才有原时的概念，经典时空中没有原时的概念，也不需要。

从公式（28）看出，静止坐标系 S 中的 Δt 最小，称它为原时 τ ，它是同地异时的时间间隔，而不是一般的时间间隔。这里强调的是“同地”。

原时与本征时间的区别在于，原时是本征值的相对量，是同地异时的时间间隔，是可观测量。本征值是理论上的不变量。事实上，只有 S 系内的观测者，在 S 系中才能观到本征值。想要通过对 S' 系的观测得到本征值和原时，是不可能的。

原子发光的瞬间，观测者与原子近似地相对静止，所以 τ 是最小。用原时 τ 作为时间标准是正确的。机械钟用 τ 校准，是唯一的选择。

2. 原子发光

实验室里原子发光的周期是 T_0 ，即 S 系中的周期。当原子光源相对于观测者的 S 系运动时，发光原子成为 S' 系。这时 S 系中的观测者，对 S' 系中的 T_0 进行观测时，观测到的不再是 T_0 ，而是 T 。根据公式（28），它们之间有下面的关系：

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (29)$$

这个事件的特点为，同一事件在同一地点重复出现的时间间隔。因为 $T > T_0$ ，所以叫时间膨胀。

3. 时间膨胀

公式 (15) 和 (17) 是光影的坐标变换公式，只具有理论意义，并不是真实的膨胀公式。真正的时间膨胀公式是 (29)，其中 T 和 T_0 是时间的相对量，其特点为同地异时间隔。这是可观测性量。

以原子发光为例，对时间膨胀做如下说明：

(1) 时间膨胀是指电磁时间间隔膨胀，即原子钟或电磁钟发出的时间信号，指的是信号。

(2) 间隔的膨胀不是机械钟指针的指示。虽然机械钟高速运动时其指示有可能发生变化，但是在惯性系中不会发生任何变化。

(3) T 是观测者真实观测到的数值。

(4) 不存在某一个原子，它的真实发光周期是 T 。有了时间膨胀的概念，即使观测者不知道 T_0 ，也会认为运动原子的发光周期是 T ，不是 T_0 。

(5) 原子发光是 S' 系中的事件。在 S' 系中，原子能级之间的距离可以认为是 $x_2 - x_1 \approx 0$ 。因此无论原子运动到什么地方，这个发光行为都可看作是 S' 系中的同

地异时事件。

我们关心的是，这个发光事件在 **S** 系中产生的相对论效应 $\Delta t'$ 。

(6) 原子发光时，运动坐标 $x_2 - x_1$ 对 $\Delta t'$ 可能有影响，但不是通过公式 (21) 中的 $x_2 - x_1$ ，而是通过公式 (21) 中的运动速度 v 。

4. 光的多普勒效应

下图中，观测者在 **O** 点，运动波源在 **A** 点。已知光波周期的本征值为 T_0 。当波源相对于观测者，从 **A** 移动到 **B** 时，观测者实际观测到的周期为 T' 。按照电磁相对论， T_0 与 T' 之间是什么样的关系？



设波源运动速度为 v 。当波源从 **A** 移动到 **B** 时，所用的时间为 ΔT ，这时观测者观测到的周期为

$$T' = T_0 + \Delta T$$

上式的意义是，观测者接收到某一性质的信号之后，又在 T' 之后接收同样性质的信号。其中 ΔT 的意义是，波源到达 **B** 点后发出同样信号，而该信号返回到观测者的过程中，必须走过 **AB** 这一段路程。于是在观测者那里，

对于接收到同样信号而言，时间延迟为 ΔT ，所以有

$$\Delta T = \frac{AB}{c} = \frac{vT_0}{c}$$

$$T' = T_0 + \frac{v}{c} T_0 = T_0 \left(1 + \frac{v}{c} \right)$$

对于光源向着观测者运动，有

$$T' = T_0 - \frac{v}{c} T_0 = T_0 \left(1 - \frac{v}{c} \right)$$

上式适用于低速相对运动。当相对运动速度很大时，应当对上式进行相对论修正。

对于高速运动光源，它的周期是（29）式的关系。由于 \mathbf{S}' 系中的 T_0 ，在 \mathbf{S} 系中发生了膨胀，必须用

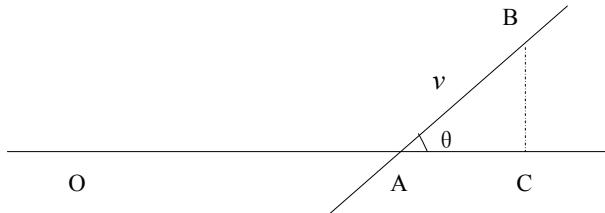
$$\frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

代替 T_0 ，最后得到

$$T' = T_0 \sqrt{\frac{1 \pm \frac{v}{c}}{1 \mp \frac{v}{c}}} \quad (30)$$

这个例子是说明时间膨胀。

对于光源沿任意方向运动的多普勒效应，如下图所示。因为 B 点与 C 点很近，相当于 $OB = OC$ ，所以



$$\Delta T = \frac{AC}{c} = \frac{AB \cos \theta}{c} = \frac{v T_0 \cos \theta}{c}$$

$$T' = T_0 \frac{1 + \frac{v}{c} \cos \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (31)$$

其中 θ 是光源运动方向与视线方向的夹角。当 $\theta = \pi/2$ 时，为横向多普勒效应：

$$T' = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

横向多普勒效应已被实验证实。

很明显，横向多普勒效应当是纯相对论效应（公式 29）。横向多普勒效应表明，时间间隔的洛伦兹变换与方向无关。或者说，近似的与方向无关。

这是非常重要的结论。我们借此可以猜测，空间间距的洛伦兹变换也与方向无关（公式 34）；目前还没有实验证明与方向无关。

5. 介子本征时间

假设 \mathbf{S}' 系中有一位观测者，他随同 μ 介子一起运动。从 μ 介子出生到死亡，寿命为 τ_0 。 τ_0 是 μ 介子本征时间，或原时。另一方面， \mathbf{S} 系的观测者在实验室中，通过实验观测到，运动的 μ 介子在 \mathbf{S} 系中的平均寿命是 τ ，它对应于符号 $\Delta t'$ ，于是公式（28）成为

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (32)$$

上式写成

$$\tau \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \tau_0 = \text{常数} \quad (33)$$

选用不同速度的单色束 μ 介子，测定它的速度和相应的寿命 τ ，从而可验证（33）式。实验证明确实为常

数^[3]，表明原时或时间间隔膨胀的概念是正确的。

例： μ 介子衰变为

$$\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \nu + \bar{\nu}$$

μ 介子的平均寿命的本征值是 $\tau_0 \approx 2.2 \times 10^{-6}$ 秒。如果它以接近光速 c 飞行，在 τ_0 时间间隔内，其运动的距离大约是 660 米。按照这种情况，地面上不应观测到 μ 介子。实际上，地面上观测到大量的 μ 介子。试解释这一现象。

这是一个有电子参与的过程。问题属于 S' 系中同地异时事件，应当使用公式 (32)。

如果 $v = 0.995 \sim 0.999 c$ ，则

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx (10 \sim 20) \tau_0$$

在 S 系中，与 τ 对应的距离应为 5~20 公里。

对上例做补充说明如下：

(1) τ_0 是未知数

μ 介子寿命的本征值 τ_0 是未知的，它无法用理论给出，必须借助实验室中的试验求出，即公式 (33)。

(2) S' 系中发生的事件

事件 1： μ 介子出生时发出一个信号。

事件 2： μ 介子死亡时发出一个信号。

这两个信号都是从 S' 系内的 μ 介子本身发出的，相

当于在同一地点发生的，故在公式（21）中有

$$\Delta x = x_2 - x_1 \approx 0$$

这是使用公式（32）的理由。

（3）**S** 系中发生的事件

在**S** 系中，实际观测到 μ 介子的生与死，其间隔为 $\Delta t'$ ，即公式（32）中的 τ ；飞行路程是 $\Delta x'$ 。

用公式（32）求出 **S** 中 $\Delta t'$ ，再测出 **S** 系中飞行速度 v ，从而算出 $\Delta x' = v \cdot \Delta t'$ 。

4.4 同时性

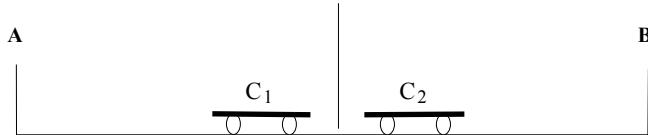
1. 经典时空中同时性的绝对性

经典时空中的同时性指的是时间间隔的相等。由于经典时空中时间的绝对性，所以时间间隔相等也是绝对的，即同时性是绝对的。

下面的图甲中，两个小车同时向 A 和 B 运动。两个小车运动的距离相同，速度相同。这套装置放在任何一个惯性系上，两个小车都同时到达向 A 和 B。无论观测者与小车是否有相对运动，他都认为小车同时到达 A 和 B。这是一种观念，一种绝对同时性的观念。

在小车 C_1 上有机械钟 C_1 ，小车 C_2 上有机械钟 C_2 ，它们在同地校对为同时。约定在 T 时刻小车出发。这个

约定是绝对同时的。例如在月球上放一套装置，地球上放一套，在 T 时刻两个小车将同时出发，同时到达 A 和 B。这就是经典时空中同时性的绝对性。

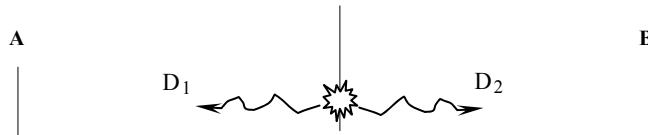


图甲

如果对图甲中的小车进行观测，那么观测的结果与信号速度和观测者的位置有关。观测的结果是视同时或视不同时，这不影响同时性的绝对性。

2. 惯性系内的同时性

下图为惯性系，观测者认为，两束光线 D_1 和 D_2 同时到达 A 和 B。这是电磁时空中同时性的绝对性。



图乙

图乙中，光线同时到达 A 和 B，是因为惯性系中光

速不变和路程相同的结果。

无论这套装置放在那一个惯性系上，无论它是否相对观测者运动，光线都是同时到达 A 和 B。

惯性系中同时性的绝对性，对于力学和电磁学都是相同的。但是它们之间是有区别的。区别在于：

(1) 只有在人的头脑里，光线才同时到达 A 和 B，也就是理想上的或逻辑上的同时性。现实中不存在这种同时性。

(2) 我们承认图乙中，光线同时到达 A 和 B，是一种权宜之计，不这样就不是相对论了。

(3) 事实上，图乙中的实验是宏观电磁现象，它不遵从洛伦兹变换的局域性。从理论上讲，不能论证它是否正确；实验上，也无法完成验证。

4.5 同时异地电磁事件

在 S' 系中，两个电磁事件同时发生，而又不在同一地点，则这两个事件之间的空间间距为 Δx 。

目前没有这方面的实验和天文观测资料。

1. 计算公式

根据同时性条件公式 (26) 或 (27)，则公式 (22) 成为

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

即

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (34)$$

$\Delta x' > \Delta x$ 相当于尺膨，这是观测效应，或相对论效应。不是多普勒效应。

我们很难同时测量 Δx 两端。只能从自然现象中找到近似的观测。

2. 原长

从公式 (34) 看出，当相对运动速度为 0 时，在静止坐标系 **S** 中， Δx 最小，叫原长 L_0 。

当 Δx 相对于 **S** 系运动时，无论 Δx 是远离还是接近观测者，它的长度都是膨胀，即 $\Delta x' > L_0$ 。

用原长 L_0 作为标准长度是正确的；因为，对于任何惯性系 L_0 是相同的。

米尺用 L_0 校准，是唯一的选择。

原长与本征长度的区别在于，它一方面是本征值，同时是本征值的相对量，是可观测量。

原长膨胀的原因是必须同时测量间距的两端，才能得到 $\Delta x'$ 。这样的测量，其结果很可能大于原长。

例如，电磁波的波长是电磁性质的长度。要想同时测定光波波长两端的距离是很困难的。原因是电磁测量信号与被测量对象形成闭合的电磁回路。

对宏观物体长度的测量，需要观测信号；而观测信号是遵从洛伦兹变换的，这方面的内容属于高速运动物体的视觉形象问题。

目前没有实验说明原长的膨胀效应，以及原长的膨胀效应与运动方向无关。

3. 相对论频移

当 S' 系中的电磁波的周期很小时，可以近似地把波长 λ 当作同时异地事件处理，公式 (34) 成为

$$\lambda' = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (35)$$

式中 λ' 是 S 系中的波长。于是在 S 系中应当有相对论效应产生的频移 Z 。

$$Z = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} \quad (36)$$

遥远天体的退离运动证明了 (36) 是正确的。至于

(36) 式是否与方向无关, 目前还不知道。

4.6 同时性和同地性的讨论

1. 经典时空

经典时空中, 即宏观环境里, 时间和空间有确定的标识, 所以同时性和同地性有明确的物理意义。当人们有了同时性和同地性概念之后, 经验提升为理论。

人类的知识基础是对惯性系的研究中获得的, 是从宏观环境中获得的经验。我们唯一能作的就是把经验应用于电磁现象和微观世界。反之, 用电磁时空中的时空关系来改变我们已有的时空经验, 是倒退。

例如, 在电磁时空中本不存在同时性的概念, 却要奢谈什么同时性的相对性。企图把一种莫须有的观点强加给人们, 并美名曰时空观的革命。显然是把人们已有的宝贵经验弄得一团糟。

在人类社会与物质世界的系统中, 唯一不变的是人的经验。人类就是靠经验的不变性立足于地球。

新的经验代替旧经验, 而旧的是不变的。

2. 电磁时空

自从假设了光速不变, 电磁时空中的同时性, 同地

性就荡然无存了。

(1) 抽象电磁时空没有可观测性。没有可观测性就不存在同时性的概念。

(2) 抽象电磁时空中，时间与空间是互相关联的，而且时时刻刻在变化。空间变，则时间变；时间变，则空间变。同时性和同地性的概念没有意义。

(3) 人类无法进入电磁时空中，永远无法观测同时发生的现象。

3. 电磁现象

电磁现象与电磁时空不同。电磁现象是发生在经典时空中，即宏观的环境中。于是人们能够使用经典时空中的概念，对电磁现象赋予同时发生，或同地发生的看法。归根到底，电磁现象中的同时性、同地性都是经典力学中的概念。

例如，图乙中两束光线 D_1 和 D_2 同时到达 A 和 B 等等，完全是经典时空的观念。

对于微观世界，由于波的全同性和粒子的全同性，使得微观世界本身不能容纳同时性、同地性的概念。对于电磁世界也是如此。所以微观世界和电磁现象中的同时性和同地性，都是作了近似性处理的结果。

4. 近似性

前面说过的同地性是一种近似。例如，把 μ 介子衰

变当作同地异时事件。如果把 μ 介子放大，或者运动过程中不是保持匀速直线运动，那么将不是同地异时事件。

地球上两点发生的事件一定不是同地异时事件，但是把地球缩小到很小时，地球上的两点对于太阳上的观测者，也能算作同地异时事件。可见同时和同地都是近似的概念。

原子发光的空间，电磁场变化的空间，电子在原子核电场中的运动等等，那里有什么同时性，更没有同地性。如果有，一定是人为的。

4.7 同时同地电磁事件

电磁事件 A 和 B，如果它们是同时同地发生的，可以把公式 (28) 和 (34) 合在一起，有

$$\Delta P' = \frac{\Delta P}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (37)$$

其中 ΔP 是事件 A 和 B 的物理量的变化。

例如，电子在电磁场中被加速，电子的动量变化属于同时同地事件。

第 5 章 光速合成

5.1 光速的相对论效应

电磁相对论中，主要的观测对象是光速。

1. 经典速度合成

经典力学中，两个惯性系统之间的相对运动速度为 v ，则有伽里略变换：

$$x' = x + vt \quad t' = t$$

与之对应的速度相加定理是伽里略速度相加公式：

$$u' = u + v$$

宏观物体的运动学规律，遵从伽里略变换。

2. 光速的相对论效应

假定运动坐标系 S' 是沿 OX 轴的方向运动，相对运

动速度为 v 。从 O 发出任意方向的光波 OA ，如图 15 所示。根据洛伦兹变换，应当有下列关系式：

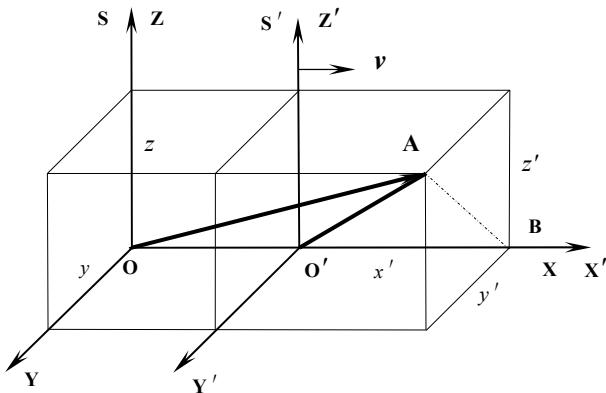


图 15

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

对上列等式的两端求微分，得

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$dy' = dy \quad dz' = dz$$

$$dt' = \frac{dt - \frac{v}{c^2} dx}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

用最后一个等式的两边，分别除前三个等式的两边，得

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - vdt}{dt - \frac{v}{c^2} dx}$$

$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{dt - \frac{v}{c^2} dx}$$

$$\frac{dz'}{dt'} = \frac{dz \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{dt - \frac{v}{c^2} dx}$$

上面三个等式的右边，分子和分母同除以 dt 得

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad (38)$$

$$u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad (39)$$

$$u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad (40)$$

S 系中，光矢 **OA** 的光影移动速率为 u 。运动坐标系 **S'** 中 **O'A** 的光影的速率是 u' 。这个速率 u' 不是 **S'** 系中的数值，而是 **S** 系中观测者，在 **S** 系中实际观测到的数值。 u' 是相对论效应。

如果光波的发射方向是沿坐标轴方向，那么有

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} \quad (41)$$

上式中的 u' 是 **S** 系中的可观测量。

如果按照公式 (16) 推导，则有

$$u' = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}} \quad (42)$$

(41) 和 (42) 合并为

$$u' = \frac{u \pm v}{1 \pm \frac{uv}{c^2}} \quad (43)$$

其中的 u' 是光速的相对论效应，并非光速合成公式。

既然 u' 是相对论效应，那么一定有可观测性，这个可观测性表现为运动物体的视觉形象。

如果具体测量速度 u' ，得到的结果是光速 c ，而不是 u' 。因为光子或光波一旦接触到仪器，它对仪器的速度立刻成为 c ，这是光速不变假设。

5.2 光速合成公式

1. 光影合成

上一节（图 15）给出的提示：

- (1) u_x ， u_y 和 u_z 是光影速度。
- (2) 公式 (38)、(39)、(40) 是光影速率的相对论效应公式。
- (3) 当光源沿坐标轴运动，光波也沿坐标轴传播

时得到公式 (43)。

2. 公式 (43) 的物理意义

- (1) v 是 \mathbf{S} 系与 \mathbf{S}' 系的相对运动速度。
- (2) u 是光速，运动光源发出的光所具有的速度。
- (3) v 和 u 不是宏观物体的速度，公式 (43) 不是宏观物体的速度合成公式。
- (4) 公式 (43) 中速度的符号是由洛伦兹变换公式得出的，表示运动光源与光之间的方向。
- (5) $(u-v)$ 表示光源与光的速度差，这个差在 \mathbf{S} 系中表现为公式 (41)。
- (6) $(u+v)$ 表示光源与光的传播方向相反而产生的速度和，这个和在 \mathbf{S} 系中的表现为公式 (42)。
- (7) 把 $(u-v)$ 和 $(u+v)$ 合在一起的公式 (43) 告诉我们一个事实，与伽里略速度合成公式区别在于多了一个速度因子。
- (8) 公式 (43) 表示 u 与 v 合成的结果，在 \mathbf{S} 系中的相对论效应。如果把 (43) 看作速度合成公式，那么合成的结果比伽里略速度合成公式多了一个因子。至于 u 与 v 的方向要根据问题的实际情况来决定。这样一来，公式 (43) 就成了速度合成公式。实质上，并非两个任意速度的合成，而是光速的合成。
- (9) 把运动光源当作光的运动是否可以？当然可以，这时， v 是光的运动速度，公式 (43) 成为名副其实的光速合成公式。光源的运动速度就是光的速度。

3. 光速合成

认为公式 (43) 是速度合成公式，那么公式中的速度方向要参照伽里略变换速度合成公式。

例 1：在图 16 的容器里，水流速度为 v ，水中的光速为 u 。问水中光速对于观测者的速度是多少？

分析：容器壁是静止坐标系 S ，水是运动坐标系 S' ，水的流速 v 是水对容器的速度。水中光速 u 是光对水的速度。光对容器壁的速度是 u' 。

注意：本题不是求 u 与 v 之间的速度差，所以不能套用公式 (41)。必须根据题目要求决定速度之间的关系。

按照经典速度合成公式，当 u 与 v 的方向相同且平行时，应是

$$u' = u + v$$

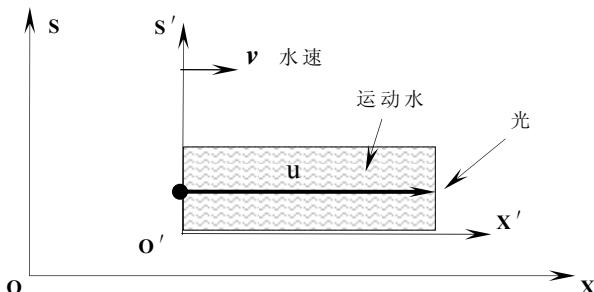


图 16

按照电磁相对论的观点，光是电磁性质的，光速与

宏观物体的运动速度之间是无法合成的，不能使用经典速度合成公式，应当使用光速合成公式。

一个光速是 $u=c/n$ ，一个是光速 v ，按照本题的题意，应当是速度叠加；或是因为光的方向相同，所以使用光速的合成公式（42），即

$$u' = \frac{u+v}{1+\frac{uv}{c^2}}$$

上式中代入 $u=c/n$ 得到

$$u' = \frac{c}{n} \left(1 - \frac{nv}{c}\right) \left(1 - \frac{v}{nc}\right)^{-1}$$

应用近似公式

$$\frac{1}{1-\alpha} \approx 1+\alpha \quad (44)$$

则有

$$\left(1 - \frac{v}{nc}\right)^{-1} \approx \left(1 + \frac{v}{nc}\right)$$

于是

$$u' \approx \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) - \frac{v^2}{nc} \quad (45)$$

当光速与水流方向相反，如图 17 所示。这时须用公式（41），即

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

同理有

$$u' \approx \frac{c}{n} - v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) - \frac{v^2}{nc} \quad (46)$$

上面两式合并为

$$u' \approx \frac{c}{n} \pm v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) - \frac{v^2}{nc} \quad (47)$$

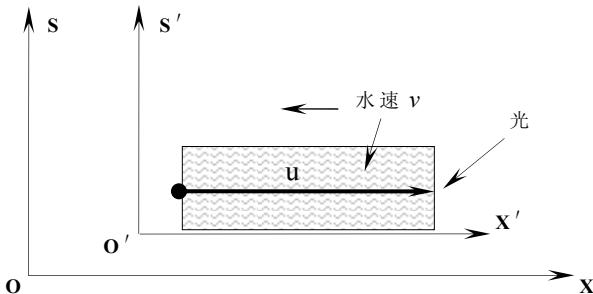


图 17

因为水速 v 小于光速，且 $c \gg v$ ，所以

$$u' = \frac{c}{n} \pm v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad (48)$$

用上面的结果用于计算菲索 (H.L.Fizeau) 实验，使菲

索实验的计算变得很简单。

精确的计算公式，须考虑到折射率 n 的色散修正。
公式 (47) 是正确的。

5.3 光行差

1. 经典光行差

经典光行差如图 18 所示。左图中星光垂直于地面，
望远镜能够观测到星光的条件是

$$c \cdot \Delta t = v \cdot \Delta t$$

即

$$\cot \phi = \frac{v}{c} \quad (49)$$

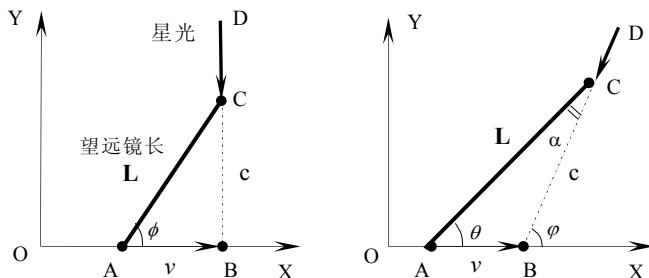


图 18

右图中，星光与地面成 φ 角。在三角形 ABC 中根据正弦定理，有

$$\frac{\sin \alpha}{v} = \frac{\sin \vartheta}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{v}{c} \sin (\varphi - \alpha)$$

$$\sin \alpha \approx \frac{v}{c} \sin \varphi \quad (50)$$

根据相对论的观点，当两个系统有相对运动时，上面公式中的 Δt 将发生膨胀。所以公式 (49) 是不准确的，必须对它进行相对论修正。

1. 光行差的相对论修正

图 19 是光行差的相对论修正示意图。地球在公转平面上迎着星光运动，速度为 v 。星光与地球公转平面的夹角为 φ (图 18)。望远镜与公转平面的夹角 θ ，相对论修正后的夹角为 θ' (图 19)。

分析：

- (1) 谁是运动系？光是运动系。
- (2) 地球是静止坐标系。
- (3) 相对运动速度 v 的方向，与星光的水平速度 u_x 相同且平行。
- (4) 望远镜的长度为 CA，光线经过 CA 的时间极

短。相当于光与光影同步，符合洛伦兹变换条件。

(5) CA' 是光线真实到达目镜的路径，它一定有两个速度分量，即

$$u'_x \quad \text{和} \quad u'_y。$$

其中

$$u'_x = \frac{u_x + v}{1 + \frac{u_x v}{c^2}} \quad (51)$$

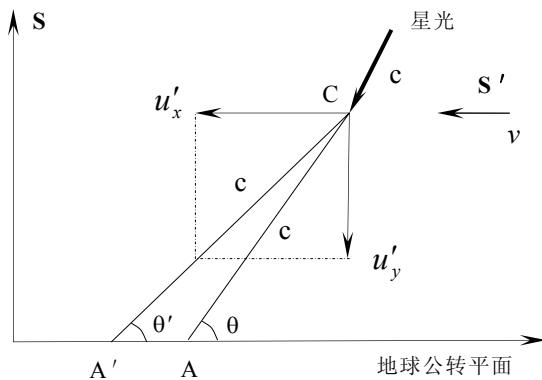


图 19

上式中， u_x 与 v 平行且方向相同，故用公式 (42)。

推导：

仿照经典力学的处理方法，光线是从 CA 进入到目镜中，这时光线 CA 的分量为

$$u_x = c \cos \theta \quad u_y = c \sin \theta$$

代入 (51) 中, 得

$$u'_x = \frac{c \cos \theta + v}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta}$$

从图中看出, 速度的绝对值之比为

$$\cos \theta' = \frac{u'_x}{c} = \frac{\cos \theta + \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta}$$

应用近似公式 (44), 有

$$\cos \theta' \approx \left(\cos \theta + \frac{v}{c} \right) \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta \right)$$

展开上式, 略去 v^2/c^2 , 再代入 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$ 得

$$\cos \theta' = \cos \theta + \frac{v}{c} \sin^2 \theta \quad (52)$$

记光行差为 $\theta - \theta' = \varepsilon$ 或 $\theta' = \theta - \varepsilon$ 则

$$\begin{aligned} \cos \theta' &= \cos(\theta - \varepsilon) \\ &= \cos \theta \cos \varepsilon + \sin \theta \sin \varepsilon \end{aligned}$$

上式中, ε 为微量, 所以 $\cos \varepsilon \approx 1$ 和 $\sin \varepsilon \approx \varepsilon$, 于是上

式变为

$$\cos \theta' = \cos \theta + \varepsilon \sin \theta \quad (53)$$

式 (52) 与 (53) 比较, 得

$$\varepsilon = \frac{v}{c} \sin \theta \quad (54)$$

当地球运行到公转轨道的另一端时, 地球背离星光运动, 相对运动速度为 $-v$, 仍然得到公式 (53)。

5.4 小结

从这些例子看出, 经典力学处理不了与光速有关的问题, 即使光学和电磁学处理这类问题也是很繁琐的。可以说, 电磁相对论是处理光速问题的专用工具。

光速与宏观物体运动速度是不可相加的, 如 $c+v$ 和 $c-v$, 从物理学意义上说, 都是错误的。

光速合成不同于光速变换。

宏观物体的相对运动速度出现超光速, 是符合逻辑的。这里所说的超光速不是电磁学中的超光速。

电子相对于电磁场的速度不能超过电磁场的传播速度。

第 6 章 抽象时空

数学中，一种空间代表一种运算。物理学中，一种时空代表一种变换。经典时空是伽里略变换，电磁时空是洛仑兹变换。

由于人们生活在经典时空中，能够亲身体验到伽里略变换的结果，或者说伽里略变换的结果具有可观测性，所以经典时空是现实的。

洛仑兹变换不具有可观测性，只是一种时空坐标的数学运算。把这个时空叫抽象四维电磁时空，简称电磁时空，或四维时空。

6.1 电磁时空的性质

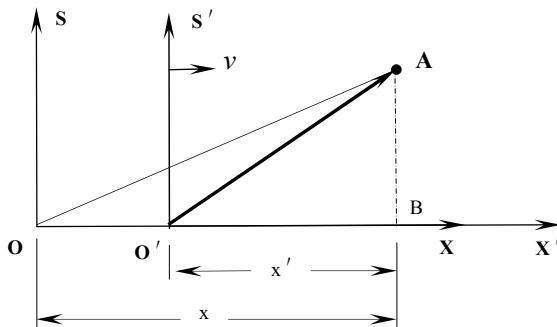
1. 电磁时空是抽象时空

电磁时空是双关语，一方面表示电磁现象发生的空间，用以区分力学现象；另一方面代表抽象的时空。

为了具体说明电磁时空的抽象性质，把图 6 作了如

下处理，其中 $O'A$ 被加重，如下图所示。 $O'A$ 这一段内是抽象电磁时空。

构成电磁时空的必要条件是光源，或电磁源，以及光源发出的光或电磁信号。



图中的光源在 O' 点，向各各方向发光。当 O' 点距离 O 点足够近时，可以认为光是同时从 O 和 O' 发出，或者说，从两个不同的点，同时发出同一条光线。这样的设定导致 $OA \neq O'A$ ，从而演义出了洛伦兹变换。

洛伦兹变换产生出的时间变快变慢，空间变大变小都是近似的，虚拟的，和没有现实意义的。是人的抽象思维。

2. 电磁时空的度量

时间用原子钟指示，而且只能用原子钟。空间用光尺度量，而且只能用光尺。

(1) 米尺的特点

实验室中，原子跃迁辐射出的光，相当于静止光源发出的光，用此光的波长定义米尺的长度。

米尺是经典时空中的空间间距，是绝对量；所有惯性系中的米尺都是相同的。

抽象时空中不存在米尺，但是抽象时空中的长度单位仍然是米。用米尺量图 6 中的光程有

$$O'A < OA$$

(2) 光尺

光尺的定义采用米尺的定义方法；与米尺定义不同的是，用来定义光尺的光波不是静止原子钟发出的光，而是运动原子钟发出的光。其波长是变化的，这种变化是相对论效应。这样定义出的光尺，不仅长短不同于米尺，而且尺的长度时刻变化。也可以说，电磁时空的度量工具是动态的。

以上都是相对于观测者而言的。如果原子相对于观测者是近似地静止状态，那么定义出的光尺，实际上就是原长，即不变量；所有惯性系中原长都相同。

电磁时空中的长度单位仍然是米，米是单位不是量尺。米尺和光尺才是量尺。

(3) 空间度量

电磁时空中的长度度量使用光尺。图中 $O'A$ 的度量必须使用光尺。

我们用米尺度量 $OA=L$ ，用光尺度量 $O'A=L$ 。这个结果符合 S 系中观测者的看法。

S 系的观测者认为，如果 $O'A$ 与 OA 是从同一地点同时发出的，则它们必须相等。如果两者变的不等，一定是时空的度量发生了变化，即量尺变了。这是一种幻觉，而这种臆测却产生了有意义的结果，这正是抽象时空的魅力。

光尺的变小变大是抽象的，谁也看不见，是没有意义的。但是从光尺变小变大的结果可以间接的导出可观测量。例如， $O'A$ 无法观测，但是 $O'A$ 的相对量是可观测的。

光尺的概念及其定义是否多余还有待探讨。

(4) 计时

电磁时空的时间单位是秒。计时工具是原子钟，或电磁钟，光钟。

原子钟指示的时间通过电磁信号能够被观测者观测到。当原子钟与观测者相对运动时，原子钟指示的变化能够被观测到。机械钟不受相对运动速度的影响。

(5) 时间度量

图中显示 $OA > O'A$ 。设

$$t = \frac{OA}{c} \quad \text{和} \quad t' = \frac{O'A}{c}$$

应当有

$$t > t'$$

这个结果相当于 $O'A$ 内的钟慢。

钟慢是什么意思呢？钟慢是指电磁时空中的原子钟，即光钟走的慢了。是真的慢了吗？当然不是真的！

原子钟放在 S 系中，和放在 S' 系中是一样的。当 S' 系相对于 S 系运动时， S 系的观测者观测 S' 系中的原子钟时，钟变慢了。这个变化是观测效应，它最终反映为 $O'A$ 变短。

至于，光尺缩短了多少，时间慢了多少，它们的定量关系就是洛伦兹变换。

从电磁时空的度量看出，电磁时空是抽象时空。抽象时空是一种工具，它可以把电磁时空中的规律映射到现实空间中，成为可观测的电磁现象。

3. 电磁时空的独立性

由于电磁时空中的时空性质和规律是从电磁现象中抽象出来的，所以电磁时空中的时空规律仅仅适用于电磁现象。换句话说，电磁时空中的规律对电磁现象是封闭的，把这种封闭性叫作独立性。

这种独立性是客观存在，是客观规律在人的头脑中的反映，而不是人们强加给物质的。

这种时空独立性是我们界定各种时空的依据。我们没有理由把电磁属性的规律应用到非电磁领域。

4. 电磁时空中的物理量

力学中一部分物理量成为电磁学中的物理量，如动量和能量。这些物理量冠以“电磁”二字，以便区别于力学量，如电磁动量，电磁能。

电磁学自身有它特有的物理量。并不是所有的电磁学物理量都是抽象电磁时空中的物理量，只有遵从洛伦兹变换的电磁量才是抽象电磁时空中的物理量。

电磁时空中的物理量本身不是抽象的，但物理量的变化规则是抽象的，即变化本身是抽象的，这里的变化指的是洛伦兹变换。

6.2 抽象时空的意义

抽象时空的意义在于界定物质世界的层次。例如经典时空、电磁时空、量子时空等等。每个时空有各自的变换规则和运算方法。

1. 本征值的意义

本征值相同是指图 6 中 $O'A$ 与 OA 相等，它的意义在于引导出观测效应和洛伦兹变换。

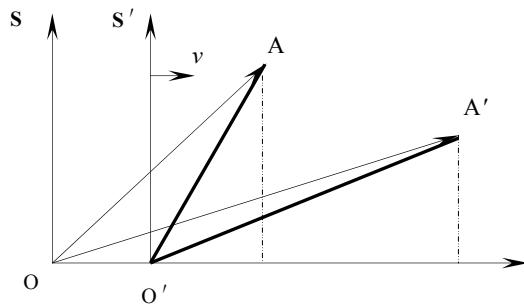
对抽象时空的研究使我们知道，本征值的改变是观测效应，实质上是光尺和原子钟的改变。

那么，抽象的光尺和时钟的改变意味着什么呢？

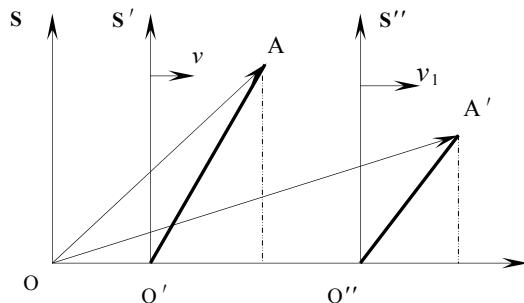
2. 坐标基

我们从流动坐标系的观点看本征值变化的物理意

义。下图中，电磁时空 $O'A$ 与电磁时空 $O'A'$ 有相同的尺和钟，即有相同的坐标基；因为相对于 **S** 系的运动速度相同。



下图中，电磁时空 $O'A$ 的尺和钟，与电磁时空 $O''A'$ 中的尺和钟是不同的，即它们的坐标基不同；因为它们相对于 **S** 系的运动速度不同。



我们知道，本征值在各各惯性系中是相同的，只有

当本征值相对于另一个惯性系运动时，另一个惯性系才能观测到它的变化。这个变化的实质是光尺和光钟的变化。本书的续集详细的叙述

5. 四维时空

前面说的洛伦兹变换是二维的情况，再加上两个空间坐标就构成了四维时空的洛伦兹变换。

从数学上说，四维时空坐标的时间是虚数，故为抽象时空。从物理学上说，四维时空中物理量的变化遵从洛伦兹变换，理应是抽象时空。本书的续集中详细介绍。

6. 抽象时空的启示

物理抽象时空与数学时空的区别是，物理抽象时空必须引导出有现实意义的结果；否则，人们不承认这种时空的存在。数学时空不一定在宏观的经典时空中有现实意义，它有可能在其它的生物世界中有实际意义，或者在人类尚未探知的世界中有意义。

建立各种抽象时空，寻找各种抽象时空之间的关联，从而建立统一时空，是物理学的新思路。

有人认为引力是由时空性质决定的，这显然是错误的，因为时空不是物质。但是，抽象的引力时空可以引导出有现实意义的结果，如引力物质的运动规律。抽象引力时空与抽象电磁时空的结合，将给出引力与电磁的联系。这部分内容将在本书的续集中叙述。

第 7 章 电子的动量

动量是运动与物质的结合体。从电子动量的洛伦兹变换建立相对论力学，是正确的方向。

建立了动量的洛伦兹变换之后，可以直接找到电子的质速关系和质能关系，并可推广到中性粒子。这种方法，简单、明确、合理。

动量的洛伦兹变换的焦点是质量的性质，但是质量的性质不是相对论所能彻底解决的。

本书始终以洛伦兹变换为主线。

7.1 电子的质量

洛伦兹变换的性质是电磁性质的，所以必然要从电子质量的性质入手。

1. 电子质量的来源

S 系中，电子的引力质量是 m_0 ，这也是电子的静止

质量。**S** 系中的观测者，测量到电子的速度是 v ，但是动量不是 m_0v ，而是 mv 。可见，问题出在 m 身上。

电子质量改变的来源是什么？这使我们注意到，电子直接接触的只有电磁场，于是有三种可能性：

（1）电磁场中的能量转变为电子的质量。

（2）电磁场中的电磁物质被电子吸收，使自己的电磁质量变大。

（3）电子的引力质量不变，而惯性质量增大。惯性质量参与电磁能转变为电子的动能，参与电磁场的作用力使电子获得动量的过程。

能量不是物质，所以第一种可能性不可取。作者研究了第二种和第三种情况。

本书只讲述第三种情况。

2. 电子的引力质量 m_0 不变

电子的静质量为 m_0 ，它表示含引力物质的多少，所以也叫引力质量。引力质量遵从质量守定律。

静质量 m_0 在任何惯性系中都有相同的值，即本征值。这意味着，电子参与的各种相互作用中，电子的引力性质不变。电子的特点是 m_0 不变和电荷不变。

3. 电子惯性质量 m

惯性质量的定义与引力质量的定义，是完全不同的概念，它们之间的相等应当是有条件的。厄缶实验证明

引力质量等于引力惯性质量，只是在宏观低速的纯引力情况下，至于是否适用于微观粒子，特别是带电粒子，并不明确。

事实上，物理学上没有作出惯性质量永远正比于引力质量的结论。所谓物质越多惯性越大，是通俗的感性推理，它不能取代惯性质量的定义。

惯性质量是否遵从质量守恒，是否遵从质能守恒并不确定。

4. 电子的惯性质量的来源

本书中，电子惯性质量一词是一个统称，其中包含电子的引力惯性质量和其它惯性质量。

电磁场既然是物质，就应当存在电磁质量和电磁惯性质量，只是目前未被认同。对此不必追究，因为即使存在电磁惯性质量，它的性质也是惯性性质。所以，本书不区分引力惯性质量和其它惯性质量，统称为惯性质量。事实上，在相对论范围内，没有必要追究惯性质量的来源是什么。

实验证明质量是可变的，可是我们已经假定引力质量守恒，那么唯一可变的一定是惯性质量。

本书采用引力质量和单一的惯性质量。

5. 惯性质量与引力质量的关系

(1) 有引力质量，一定有引力惯性质量。这是本

书的基本观点。

(2) 有惯性质量一定有引力质量。这只是一个定性的关系。它的意义在于说明，有惯性质量一定有物质存在。

(3) 厄缶 (Eötvös) 实验表明，在引力场中，宏观低速惯性情况下，弱等效原理成立，即

$$\text{引力惯性质量} = \text{引力质量}$$

这个结果将应用到光子的质量上。

(4) 在电磁场中，考夫曼 (W.Kaufmann) 实验表明：

$$\text{惯性质量} \neq \text{引力质量}.$$

(5) 这里所说的惯性质量不是单一的引力惯性质量。而是所有惯性质量的总和。

6. 电子动量的观测值

在 \mathbf{S} 系或 \mathbf{S}' 系中，动量的本征值是

$$p = m_0 v \quad (55)$$

不管速度 v 的大小，只要是 m_0 ，就是动量本征值。

当电子相对于 \mathbf{S} 系运动时，它自己成为 \mathbf{S}' 系，它的动量本征值在 \mathbf{S} 系中的表现不再是本征值。而是产生了相对论效应，表示为

$$p' = m v \quad (56)$$

p' 为电子动量的观测值，其中 m 是电子的惯性质量也是总质量；许多实验^[4] 证明有下面的关系：

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (57)$$

我们希望从理论中得到上式。

7.2 电子动量的洛伦兹变换

1. 电子的自有场

经典电磁学中的电子被当作几何点。在微观电磁学中，电子表现出自旋的属性，说明电子是有结构的。有结构和没有结构对于理论而言是有本质的区别。

从电动力学知道，电子具有自有电磁场，简称自有场。自有场包括电荷和电子内部电场，以及电子外部邻域电磁场（近源电磁场）。

2. 电子内部动量是电磁性质

电子内部的自有场是电磁性质的，所以动量变化是电磁性质的。特别是我们强调了，惯性质量不是单一的

引力惯性质量，为电子质量的电磁性质作了蛰伏。本书没有明确使用电磁惯性质量一词。

3. 电子内部动量是矢量

从图 20 中的看出，动量的传递从 O 到 A，或是从电子的一端到另一端，传递是有方向性的。把这个传递当作矢量是允许的。

4. 电子内部动量的传递速度

电子的运动速度 v ，是动量的物理参量，参与动量的大小和方向的变化，但它不是电子内部动量的传递速度。给电子一个冲量，它的动量将发生变化。这个变化在电子内部有一个平衡过程，这个平衡过程的速度是电子内部动量的传递速度，应该是电磁场的传播速度。

5. 自有场的局域性

电子内部的动量变化是在自有场中发生的，而自有场的线度是很小的，所以电子内部的动量传递范围符合洛伦兹变换局域性条件。

6. 符合洛伦兹变换

电子内部动量是电磁性质的，具有方向性，传递的

速度是光速，又符合洛伦兹变换局域性条件。

符合洛伦兹变换条件，不一定遵从洛伦兹变换。特别是，洛伦兹变换只是时空的坐标的变换，而动量是物理量，两者的性质不同，没有理由互相代替。

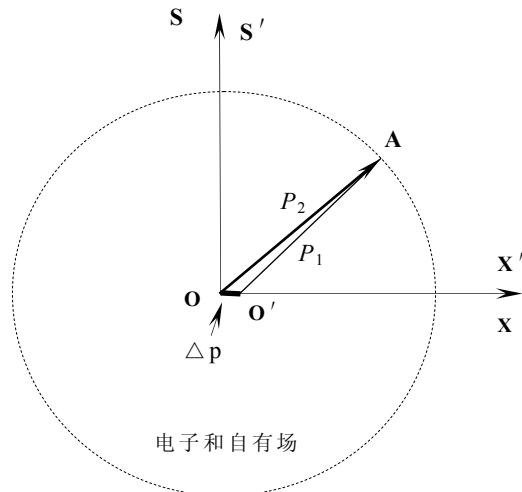


图 20

我们必须证明电磁动量遵从洛伦兹变换。

7. 电磁动量空间

图 20 中的线段 OA 只代表空间距离，不能代表动量的大小。如何证明 OA 代表动量的大小，成为问题的关键。为此只须把自有场变为矢量空间，即动量空间。

(1) 电子内部动量的传递速度是电磁场的传播速度, 即光速。这意味着, 对动量的平衡过程可以使用光速不变假设。这是解决问题的首要条件。

(2) 证明这个问题的关键是, 电子动量的本征值是不变的。在某一瞬间, 动量的本征值是常量 m_0v , 与此对应的动量传递距离 OA 是定值。它们之间的比值允许任意设定, 故可互相代表。这一点最重要。

(3) 下一个瞬间又有一个本征值常量 m_0v_1 , 又对应一个动量传递的距离 OA_1 。于是在自有场内, 一个瞬间接一个瞬间, 有无数个动量本征值, 对应于无数个动量传递的距离。由此推断出 OA 的数值变化代表了动量本征值的数值变化。 OA 或自有场成为动量空间。

(4) 每个动量本征值对应的是 $S (S')$ 系中的 p , 这个 p 在 S 系中表现为 p' 。动量的瞬时值是无法测量的, 我们感兴趣的是动量的相对量 Δp 。

(5) 每个动量本征值对应的是瞬时速度。本征值与本征值之间的差别就是动量的变化 Δp 。

(6) S' 系与 S 系之间有

$$\Delta p_x \quad \text{与} \quad \Delta p'_x$$

遵从洛伦兹变换。下面继续对此说明。

8. 电磁动量事件

既然 OA 可以代表动量的大小, 那么它的投影一定遵从洛伦兹变换。如果只研究沿 OX 轴的动量变化, 那

么有 Δp 与 $\Delta p'$ 之间遵从洛伦兹变换。

在 S' 系中，两个瞬时动量本征值的变化为 Δp ，如图 20 所示。

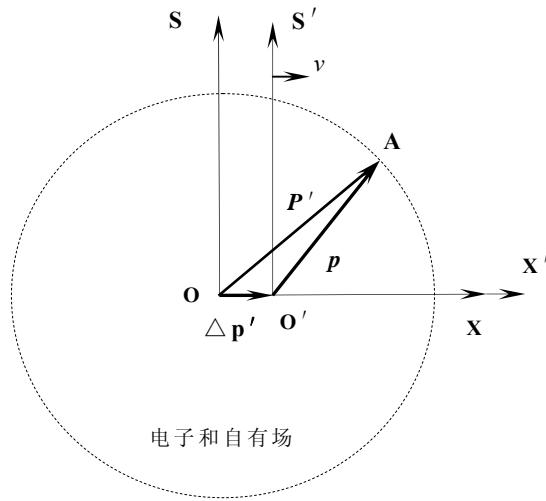


图 21

在 S' 系中，自有场的线度很小，动量的传递速度是光速，动量的平衡过程可以认为是瞬时完成的。动量的平衡过程成为同时同地电磁事件，即动量变化 Δp 为动量事件。这个事件在 S' 系中发生，其后在 S 系中被观测到的。当它在 S 系中被观测到时，已表现为图 21 中的 $\Delta p'$ 。

既然把自有场中 Δp 的变化过程，当作瞬时惯性系处理，那么可以应用同时同地事件公式 (37)，于是

$$\Delta p' = \frac{\Delta p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (58)$$

我们关注的是瞬时惯性系中动量的相对量 Δp ，以及它在 \mathbf{S} 系中的表现 $\Delta p'$ 。这些相对量的累积结果就是电子的初动量和末动量的差，这个差是宏观物理量。

在 \mathbf{S}' (\mathbf{S}) 系中，有

$$\Delta p_1 > \Delta p_2 > \Delta p_3 > \Delta p_4 \dots$$

$$\begin{aligned} \Delta p &= \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3 + \dots \\ &= m_0 \sum \Delta v = m_0 (v_2 - v_1) \end{aligned}$$

其中 v_1 是电子进入实验装置时的初速度， v_2 是电子被加速后的速度。 Δp 在 \mathbf{S} 系中表现为 $\Delta p'$ ，于是在 \mathbf{S} 系中有

$$\begin{aligned} \Delta p' &= \Delta p'_1 + \Delta p'_2 + \Delta p'_3 + \dots \\ &\approx m \sum \Delta v = m (v_2 - v_1) \end{aligned}$$

当 v_1 很小时，或 $v_2 \gg v_1$ 时，有

$$\Delta p = m_0 v_2 \approx m_0 v \approx p$$

同样有

$$\Delta p' = m v_2 \approx m v \approx p'$$

改变符号后，为

$$p' = \frac{p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (59)$$

即

$$p' = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (60)$$

或

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (61)$$

定义总质量为

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (62)$$

则

$$p = m v \quad (63)$$

至此，推导出公式 (57)。我们是用电磁相对论自身的工具证明的，印证了这个理论的一致性，显示了电磁相对论的简单、协调、优美。

当 $v=0$ 时, $m=m_0$, 表明电子的总质量等于电子的引力质量 m_0 。这个质量在任何坐标系中都是一样的, 所以它是电子质量的本征值。

7.3 中性粒子的动量

我们希望电子动量洛伦兹变换也适用于其它的微观粒子, 例如中子。

我们不知道电子和中子的引力物质结构, 但中子的体积不会比电子的自有场大许多。这一情况相当于中子的引力物质结构符合洛伦兹变换的局域性。

其次, 引力的传播速度等于光速 c 。

如果假定, 引力的传播速度在任何惯性系中都相同, 那么我们也会得到引力微粒的动量遵从洛伦兹变换。当然, 光速不变有迈克尔逊-莫雷实验为依据, 而引力传播速度不变没有实验根据。

一个合乎逻辑的推测是可以权作假设的, 提出假设是研究者的权力。假设的正确与否是靠实践检验。

假设: 具有引力质量的微观粒子的动量遵从洛伦兹变换。

这个假设的后果, 使中性粒子除了具有引力惯性质量外, 还必须具有其它惯性质量。应当是具有电磁惯性质量, 例如中子, 它的质量比质子大。

这样的假设表明, 中性微观粒子除了不能被电磁场

作用之外，其它力学性质都同于电子，例如遵从质速关系，质能关系和引力速度合成等等。常数 c ，既是引力的传播速度，也是光速。

7.4 宏观物体的动量

宏观物体的动量不存在洛伦兹变换。

宏观物体不同于中性粒子。把宏观物体无限的缩小也变成不了微观粒子。因为这种微缩不是量变，而只是几何的相似。如同模拟实验中的相似变换。

宏观物体不具有微观粒子的电磁源或引力源，以及类似于自有场的结构，所以宏观物体的动量不符合洛伦兹变换条件。因此，宏观物体的动量，或经典力学中的动量不存在洛伦兹变换。

于是，从电子推导出的结论，不适用于宏观物体。如时间膨胀，质速公式等等。

更不可应用于生物学和人体，

7.5 质速关系

从电子动量的洛伦兹变换推导出质速公式，整个过程没有什么不符合逻辑的地方。这样，证明了这个理论

与实验是一致的。

1. 微观粒子的质速关系

中性粒子和带电粒子统称为微观粒子，简称为粒子。

从微观粒子的引力物质的动量遵从洛伦兹变换的假定，得出中性粒子遵从洛伦兹变换，中子的总质量或惯性质量遵从质速公式。

从电子导出的质速关系是公式 (62)，即

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

也适合中子。中子的静质量是 m_0 ，惯性质量是 m ，也是粒子的总质量。不必追问惯性质量 m 是如何获得的， m 只是动量的参数。

这个质速关系是相对于观测者而言的。在某种意义上，观测者相当于绝对静止的背景空间，或是质心。

2. 质量的本征值

这里所说的质量本征值是对一切微观粒子而言的。前面说过，电子质量的本征值是 m_0 ，它在任何惯性系中都有相同的值。同理，中子质量的本征值也是 m_0 。所

以说微观粒子的质量本征值是 m_0 。

当电子与观测者相对静止，并且同处于失重状态下，这时引力质量 m_0 等于 0。这种情况下，测定电子的惯性质量，其数值仍然是引力质量 m_0 。这表明，失重状态下，引力质量并不为 0，它仍然以惯性质量数值存在着。可见，质量的本征值是 m_0 。

结论是：

一切微观粒子，质量的本征值都是引力质量 m_0 。因为我们生存在引力世界这个层面中。

3. 质速关系的本质

(1) 电子被电磁场加速，实质上是电荷被加速。与电荷对应的电磁惯性质量不遵从牛顿第二定律：

$$m_0 = \frac{F}{a}$$

而是遵循

$$F = m a$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

显然，电磁惯性质量与引力惯性质量的惯性性质是不同的，这是可以理解的。因为引力物质与电磁物质毕竟是

两种不同属性的物质。

(2) 前面，我们不仅接受了

$$\text{引力质量} = \text{引力惯性质量}$$

的结论，并认定引力质量 m_0 是本征值，又特别强调了电子的引力性质在任何相互作用中不变，即引力质量不变。

如果不是这样，将会产生无法克服的矛盾。例如，电子的速度接近光速时，它的引力质量将变为无限大。于是，与电子相对运动的物质和观测者将被电子吸引到自己的周围，事实上这种事情从未发生过。

(3) 从质谱仪测出的电子质量是惯性质量，不是引力质量。所以，没有任何理由和证据表明电子的引力质量和引力惯性质量是可变的。

(4) 质速关系的本质提示我们，电荷的惯性性质不同于宏观物体的惯性性质。

经典惯性性质是，力与加速度成正比，且永远成正比。与相对运动速度无关。

电磁惯性性质是，惯性大小与相对运动速度相关。

(5) 本书没有特意使用电磁惯性质量一词，而是使用惯性质量，或总质量。这样作的目的之一是便于把质速关系推广到中性粒子。此外，我们对电磁质量的了解不十分清楚，同时它也没有得到物理学的公认。

实质上，电磁相对论恰好是微观粒子的论理，这是始料未及的。

第 8 章 电子的能量

本章讲述电子的动量，总质量和能量的关系。

8.1 电子的电磁能

电磁力是指静电力和洛伦兹力。电子所受到的电磁力为

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad (64)$$

电子有引力质量，它必须遵从经典力学定律；电子又有电荷，它必须要遵从电磁学定律。

1. 动能定理

力学动能定理：外力作功等于物体动能的增加，即

$$\Delta T = \int \vec{F} d\vec{r}$$

$F \cdot S$ 这样的力学定义不再适合于电子，因为从公式 (62) 和 (63) 式看出，动量中的质量是可变的。

对于电子而言，应当使用电磁动能定理：电磁力对电子作功的功率等于电子动能的变化，即

$$v \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{dT}{dt} \quad (65)$$

其中 \mathbf{p} 是电子动量， T 是电子动能。

2. 电子的动能

对 (65) 式左端进行数学运算，有

$$v \frac{d}{dt} \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 v \frac{d}{dt} \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

应用求导公式：

$$\left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$$

得到

$$\frac{d}{dt} \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{dv}{dt} - v \frac{d}{dt} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

再根据复合函数求导法则，求得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} &= \frac{d}{dt} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \times \frac{d}{dt} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \\ &= \frac{-v}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} c^2} \frac{dv}{dt} \end{aligned}$$

把上面的结果代到(65)式中，得

$$\frac{dT}{dt} = \frac{m_0 v}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \frac{dv}{dt}$$

于是

$$T = m_0 \int \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} v dv$$

令

$$v dv = \frac{1}{2} d(v^2) = \frac{c^2}{2} d\left(\frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{c^2}{2} dA$$

则

$$\begin{aligned}
T &= \frac{m_0 c^2}{2} \int (1-A)^{-\frac{3}{2}} dA \\
&= \frac{m_0 c^2}{2} \int -(1-A)^{-\frac{3}{2}} d(1-A) \\
&= m_0 c^2 (1-A)^{-\frac{1}{2}} + C \\
&= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + C
\end{aligned}$$

当 $v = 0$ 时, 则 $T = 0$, 所以

$$C = m_0 c^2$$

于是电子的动能为

$$T = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 \quad (66)$$

定义动质量为

$$\Delta m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 \quad (67)$$

所谓动质量, 是指与动能相联系的质量。电磁场对

电子作功，电磁能转化为电子的动能。动能的增加表现为电子的速度增加和动质量增大。

根据总质量公式 (62)，上式表示成：

$$\Delta m = m - m_0 \quad (68)$$

于是动能公式为

$$T = mc^2 - m_0 c^2 \quad (69)$$

正确的写法是

$$\Delta T = \Delta m c^2 \quad (70)$$

从 (69) 式看出，电子总能量为

$$mc^2 = T + m_0 c^2$$

记

$$E = mc^2 \quad (71)$$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (72)$$

电子的静能量定义为

$$E_0 = m_0 c^2 \quad (73)$$

以上推导出的能量都是电子的电磁能。凡是有 c^2

参与的能量，都是电磁能。

8.2 质能公式

1. 电子的动量和能量

由 (71) 和 (72) 得

$$\left(\frac{E}{c}\right)^2 = \frac{m_0^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (74)$$

由 (62) 和 (63) 得

$$p^2 = \frac{m_0^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (75)$$

上面两式相减，得

$$\left(\frac{E}{c}\right)^2 - p^2 = \frac{m_0 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{m_0 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = m_0 c^2$$

求出总能量与动量的关系为

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad (76)$$

上式中, E 是电子的总能量, p 是电子动量, m_0 是电子静质量。

2. 中子的动量和能量

在第七章中, 曾假设微观粒子的引力质量遵从洛伦兹变换, 从而中性粒子的动量和能量的性质等同于电子, 除了电磁性质之外。

公式 (76) 适用于微观粒子, 如中子。

根据洛伦兹变换变换条件, 公式 (76) 不适用于宏观物体。宏观物体的能量公式仍然是牛顿力学公式, 如

$$E = \frac{p^2}{2m_0} \quad p = m_0 v$$

8.3 质能关系

1. 动量和能量的观测效应

我们注意到, 动量和动能中的质量都是惯性质量, 只有静能量是引力质量。而惯性质量中的引力惯性质量又不变, 实际变化的只有动质量一项, 即公式 (67)。

动质量是相对运动速度的函数, 所以动量和动能都是观测效应。所谓观测效应是物体本身并无动能的变化

或增大，只是观测者感受到物体的动能增大，类似于相对论效应。

例如，电子被电磁场加速后，从电磁场射出，电子的动量和动能都是相对于电磁场和观测者而言的，实际上是它们在 S 系中的表现。

把这种观点应用于粒子碰撞，则粒子之间的动量和动能的相对相值，将取决于粒子之间的相对地位和相对运动速度。

2. 电子的动质量

经典力学中，外力对物体作功使物体的速度增大，从而动能增加。这个过程中引力惯性质量不变，动量和动能的增大完全靠相对速度。

电磁学中，电磁场对电子作功使电子的速度增大，从而动能增加。这个过程中引力质量不变。

两者的区别在于，电子运动速度增加的同时，电子的惯性质量随相对运动速度的增大而增大，以追加它的电磁动能和动量。这部分增加的惯性质量叫动质量，实质上就是电磁惯性质量，因为我们已认定引力惯性质量不变；但是我们没有明确使用电磁惯性质量一词。

电子的动质量是观测效应，不伴随物质的转移，这是与光子的区别，因电子有静质量，即本征质量。

关于质量的定义及其相关内容已争论了许久，至今未有统一的结论。质量的概念是物理学的基础概念，不是相对论范围内所能解决的。

如果把动质量当作相对论效应，那么经典力学与电磁相对论，关于动能的概念是一致的。

所谓动量和动能是电磁性质的，是指它的来源，而它的效果仍然等同于力学动量和动能，因为它们都是以惯性质量作为载体。本书不区分惯性质量的属性。

3. 光子动质量

已知各种质量的本征值都是引力质量。光子的静质量为零，光子只有动质量，于是动质量的本征值是引力质量。光子的速度是常数 c ，不存在通常的相对运动速度 v ，所以光子的质量 m 不存在质速关系，即

$$m \neq \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (77)$$

光子是惯性系，观测者也是惯性系。光子与观测者处于相对静止或相对运动是没有区别的。

4. 电磁能的特点

其它能量转变为电磁能时伴随引力物质的迁移，是电磁能与经典力学中能量的区别。

在宏观世界里，能量之间的转换不伴有质量的迁移。例如人作功产生热能，引力势能变为动能等等。所以认为能量具有抽象性。实际上，即使有质量迁移也觉察不出来。

我们从电磁能的公式看出， Mc^2 是不可分割的。这表明，电磁能的转换过程中必伴有质量的迁移，或者说能量必须有载体。于是我们得到重要的结论：在微观世界里，能量与物质是不可分割的。这个结论也说明能量不是由质量转化的，能量和质量都是物质的属性，属性是不能转化的。

所谓 $E=Mc^2$ ，实质是质量迁移过程中，释放出电磁能。E 代表电磁能。

随着能量向电磁能的自发转化，伴随引力物质的迁移，宇宙中引力物质的密度将趋于一致。这是一个熵增的过程。

光子的质量是电磁性质的。光子动质量的增加即引力物质的迁移，这是典型的电磁质能关系。

8.4 E 与 P 之间的洛伦兹变换

我们看出，(76) 式写成

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4$$

成为不变式的形式。可见，E 和 p 之间也有类似的洛伦兹变换公式。这部分内容见本书下册。

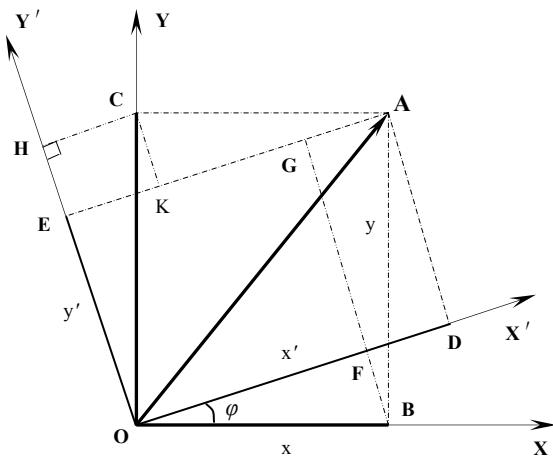
参 考 文 献

- [1] 冯天岳,《斥力在宇宙学中的应用》文津出版社,1994年, p27
- [2] 刘辽,费保俊,张允中,《狭义相对论》科学出版社,2008年, p107
- [3] 张元仲,《狭义相对论实验基础》科学出版社,1979年, p82
- [4] 张元仲,《狭义相对论实验基础》科学出版社,1979年, p127

附录

A. 平面坐标系的旋转

作 $CH \perp OH$ 和 $CK \perp AE$ ，则 $OE = OH - EH$ ，其中 $OE = y'$ ， $OH = y \cos \varphi$ ， $EH = CK = x \sin \varphi$ 。



所以

$$y' = y \cos \varphi - x \sin \varphi$$

作 $BF \perp AD$, 则

$$OD = OF + FD = OF + AG = OF + AB \sin \varphi$$

即

$$x' = x \cos \varphi + y \sin \varphi$$

把下面三角公式

$$\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$$

变为

$$\tan^2 \varphi + 1 = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$$

得到

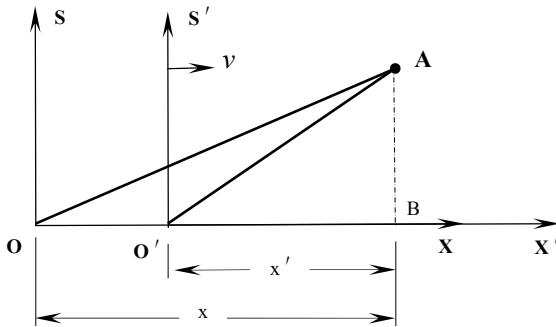
$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}$$

$$\sin \varphi = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}$$

B. 探讨洛伦兹变换

下图中, S 系中放置光接收器于 A 点。在 S 系的原点 O 发射光, 经时间 t 秒后到达 A 。然后在 S 系的 OX

轴上任意一点 O' ，从 O' 发射光，经 t' 秒后到达 A 。对于 OA 和 $O'A$ 也有不变式 $A^2 - B^2$ 的形式。问 $O'A$ 是相对论效应吗？



分析：根据光速不变假设，对于 OA ，有

$$x^2 - c^2 t^2 = 0$$

对于 $O'A$ ，有

$$x'^2 - c^2 t'^2 = 0$$

OA 与 $O'A$ 是否存在洛伦兹变换。

解答： $O'A$ 不是观测效应。因为 O' 点是任意点，而且不是同时到达 A 点，所以

$O'A$ 与 OA 无关

此外， $O'A$ 与 OA 不是同时从 O 点发出的光，所以 $O'A$ 不是 S' 系中的本征值在 S 系中的表现。注意， S 系

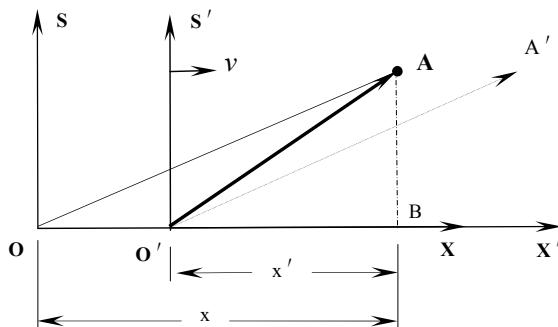
与 S' 系中的本征值是相同的，也就是 S' 系未运动前， $O'A$ 是等于 OA 的。所以应当是

$$x' = x - vt$$

不存在洛伦兹变换。

C. 惯性系的无奈

下图中，假设 S' 中有观测者，他认为光是从 O' 发出。实际上，光是从 O 点发出；真的是从 O 点发出吗？也无法确定！于是他只能认定光是从 O' 点发出，别无选择。



同理， S 系中的观测者认为光是从 O 点发出；真的是从 O 点发出吗？无法确定。但 S 系只能认为光是从 O

点发出，别无选择。这就是惯性系的无奈。

我们给出了下面的提示：

每个惯性系只能测量本惯性系内的电磁信号。虽然可以看到其它惯性系发出的光，但是无法进行观测，即无法测量。

1. S 系对 $O'A$ 的观测

应用上一小节的提示，使我们知道：

(1) S 系对 $O'A$ 的观测是有条件的，即 O' 必须是 S 系中的固定点。如果光源在 O' 点上，并随 S' 系一起运动，那么 S 系无法对 $O'A$ 进行观测，即测量。所谓的 $O'A = x'$ 只具有理论上的意义。

(2) 另一方面， A 点上的接收器是固定在 S 系中，不随 S' 系一起运动，不是 S' 系中的设备，不与 O' 点保持相对静止，以至 S' 系无法测量 A 点，从而观测不到 $O'A$ 。

结论： x' 不是 S' 系中的坐标，而是 S 系中理论上的坐标值。等于说， S' 系中不存在观测者，即使存在观测者，也观测不到 x' 。

2. $O'A$ 是虚构的

在 S 系中的 A 点上放一光子接收器。

光子 Q_1 从 O 点出发到达 A ，光子 Q_1 不可能同时从 O' 点出发到达 A 。

可见, $O'A$ 是虚构的。如同附录 B 所说的, $O'A$ 与 OA 无关, 不存在洛伦兹变换。

光子 Q_2 在 O' 点, 光子 Q_1 在 O 点, 两个光子同时发射, 并且发射方向相同, 则 Q_2 只能到达 A' 点, 而不能同时到达 A 点; 只能是 $O'A' = OA$ 。

如果 O' 点向各各方向发射光子, 那么 S 系有可能看到 $O'A$, 但是与 OA 一点关系没有。注意, S' 系仍然看不到 $O'A$ 。因为 A 不属于 S' 系。我们刚刚在惯性系的无奈中说过, 各惯性系只能测量自己系内的光。

无论从那方面说, $O'A$ 与 OA 都是无关的, 于是有了结论, 洛伦兹变换公式是错误的, 其中的 x 和 x' 是无中生有的被联系在一起。

D. 量子观点

按照量子论的观点, 一个光子可以同时在 O' 点和 O 点出现, 或者说一个光子可以同时, 分别从 O' 和 O 点发出, 这是因为微观粒子有全同性。当某一光子从 O 点发出时, 它会通知 O' 点上的光子, 并约定某一时刻与它同时出发; 或者把它的意愿, 和将要发生的行为感应到 O' 点上的光子, 产生协同和连带行为。这其中一定存在超光速信号联系。当两个光子同时, 分别从 O' 和 O 发射时, 只能认为是一个光子的行为, 因为观测者无法区分两个光子。另一方面, 光子与波也有全同性, 无法区

分是波还是粒子；这么看它，它是波，那样看，它是粒子。它的真实身份不是唯一的，是双重身分。

结论：洛伦兹变换恰好适用于微观世界。

E. 电磁相对论要领

参照物：运动系、静止系。

本征值 \longrightarrow 观测效应。

本征值 $\begin{cases} \text{坐标} \longrightarrow \text{间距、间隔。} \\ \text{动量} \longrightarrow \text{质速、质能。} \end{cases}$

本征值 \longleftarrow 惯性系平等。

量子力学：微观粒子波动性。

电磁相对论：微观粒子的粒子性。

F. 电磁相对论导读

电磁相对论的意义有下面几点：

(1) 指出爱因斯坦的错误观念。

- (2) 给出正确建立相对论的方法。
- (3) 让我们看到, 相对论是一个简单, 协调和优美的理论。它是一个, 以洛伦兹变换为主线, 首尾一致, 完整性很好的理论。

1. 爱因斯坦狭义相对论:

- (1) S 系与 S' 系都可以观测任意事件 A。
- (2) S 系中的结果是 x, y 。
- (3) S' 系中的结果是 x', y' 。

2. 电磁相对论:

- (1) S 系观测 S' 系中的电磁事件 A, 在 S 系中得到的结果是 x', y' 。
- (2) S' 系中没有观测者。
- (3) S 系中没有观测对象。
- (4) 相对论是电磁时空的工具, 是微观粒子的工具, 不是宏观物体和经典力学的工具。

后 记

本书的写作时间，是从 2009 年 1 月到 2010 年 2 月，大约 10 个月。现在匆匆忙忙的出版了，错误一定不少，敬请指正。

如果不尽快出版担心出不来了，因为作者生命垂危，隔几分钟或十几分钟心脏定跳几秒钟，随时都有猝死的可能。

由于作者的学识和能力有限，使得本书的内容不全面，特别是许多重要问题没有涉及到。

感谢武汉出版社徐建文编辑的指教。

出书网（www.chushu.cn）帮助我顺利地出版了此书，感谢吕进经理和梁秋丽女士。

冯天岳 2010.3.6 日

北京市房山区韩村河镇雅苑

fty163@163.com

relat@sohu.com

<http://phys.org.cn>